UNIVERSIDAD ICESI — Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 01 Profesor: Hendel Yaker A.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 27 de marzo de 2006

1. (9 puntos) En cada uno de los siguientes casos utilice la información que se suministra para calcular el valor pedido:

   i) $f(x) = (\sqrt{x+1}) \ln(\sqrt{x+1})$; ¿$f'(0) =$? ii) $x^y = y^x$; ¿$y' =$? iii) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} =$?

2. (8 puntos) En un triángulo ABC el lado $\overline{AB}$ crece a una razón de $1cm/seg$ y el lado $\overline{AC}$ crece a una razón de $2cm/seg$. Si el ángulo $\angle A$ permanece constante con un valor de $\pi/3$, determine la rapidez a la que está cambiando el lado $\overline{BC}$ del triángulo cuando ha transcurrido 1 segundo.

3. (8 puntos) Halle las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en un círculo de radio r.

4. (10 puntos)

   (a) Trace la gráfica de una función que satisfaga **todas** las siguientes condiciones:

   $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -5} f(x) = f(-5) = -3$; $f'(x) > 0$ si $x > 3$ o $x < 0$ $(x \neq -5)$; $f'(x) < 0$ si $0 < x < 3$; $f'(x)$ decrece si $x > -5$ $(x \neq 3)$ y $f'(x)$ crece si $x < -5$; $f'(0) = 0$; $f'(-5)$ no existe.

   (b) Pruebe que $e^x \geq 1 + x$ para $x \geq 0$ (sugerencia: muestre que la función $f(x) = e^x - 1 - x$ es creciente si $x \geq 0$).

5. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

   (a) Si $f(1) = -2$ y $f'(x) < 1$ para todos los valores de x, podemos asegurar que $f(5) < 0$.

   (b) La función $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$ alcanza un **mínimo local** en el intervalo $[0, 1]$.

   (c) Existe por lo menos una función sobre el intervalo $[0, 3]$ cuya gráfica tiene un mínimo local y un máximo absoluto, pero no tiene máximo local ni mínimo absoluto.

   (d) Si f es una función tal que $f(1) = 2$ y $f'(x) = \sqrt{x^3 + 1}$, podemos afirmar que la **aproximación lineal de** f evaluada en 0.99 es menor que que el valor real de $f(0.99)$.

   (e) Si f es una función tal que $f'(x) = 2x + 1$ y la recta $3x - y + 3 = 0$ es tangente a la gráfica de f, podemos concluir que $f(0) = 4$.

NOTA: se califica sobre 40 puntos