UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE UNA VARIABLE.

EXAMEN FINAL. 23 de noviembre de 2006

NOMBRE: ______________________________ GRUPO: _____

1. (10 puntos) Evalúe las siguientes integrales

   i) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3+4x}\,dx$ ii) $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$

2. (10 puntos)

   (a) Calcule el área de la región plana del **primer cuadrante** limitada por las curvas $y = x^3$ y $y = 2x - x^2$.

   (b) Considere la región plana R limitada por la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $x = 2y$. **Escriba** una expresión en términos de integrales que permita calcular el volumen del sólido que se genera al hacer rotar la región R alrededor del eje $x = 6$ (NO evalúe la integral).

3. (10 puntos)

   (a) Calcule $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(1 + \tfrac{a}{x}\right)^{bx}$

   (b) Encuentre una función f y el valor de la constante c tales que:

   $$2\int_c^x f(t)dt = 2\text{sen}x - 1$$

4. (5 puntos) Halle el área del rectángulo **más grande** que se pueda inscribir en un triángulo rectángulo, cuyos catetos tienen longitudes de 3 cm y 4 cm respectivamente, si dos de los lados del rectángulo se encuentran a lo largo de los catetos del triángulo.

5. (15 puntos) Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando en cada caso su respuesta.

(a) La función $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$ es diferenciable en $x = 0$.

(b) Los valores **máximo** y **mínimo** de la función $f(x) = xe^{-x}$ en el intervalo $[0, 2]$ son $f(1) = \frac{1}{e}$ y $f(0) = 0$.

(c) La ecuación $x^9 + x^5 + x - 725 = 0$ tiene **exactamente una** raíz real.

(d) La curva $y = \dfrac{x - 3x^2}{8 - 8x^2}$ tiene la **asíntota horizontal** $y = \frac{3}{8}$ y las **asíntotas verticales** $x = 1$ y $x = -1$.

(e) Si un polinomio $P(x)$ tiene **dos raíces reales**, podemos asegurar que existe por lo menos un número real c tal que $p'(c) = 0$.