COMPOSICION ANTICIPADA
DE
INTERESES

SU EFECTO SOBRE LA EVALUACION ECONOMICA DE INVERSIONES Y SU RELACION CON EL DESCUENTO BANCARIO

Por: Luis Fernando Gutiérrez M.

PUBLICACION No. 2

Cali, Junio de 1.980

INSTITUTO COLOMBIANO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE INCOLDA
— I C E S I —

El autor de este artículo, Luis Fernando Gutiérrez, es Ingeniero Químico de la Universidad del Valle y M.Sc. en Investigación de Operaciones de Cornell University. Tiene el doctor Gutiérrez una amplia experiencia académica y profesional. Desde hace ya varios años es Gerente de Producción del Ingenio Central Castilla y es ahora Profesor del ICESI y de INCOLDA en las áreas de Finanzas, Información y Control, Evaluación Económica de Proyectos, Matemáticas y Operaciones (Producción).

La responsabilidad de las opiniones expresadas es del autor.

LOS EDITORES

Cali, junio de 1980

CONTENIDO

1. INTRODUCCION

La búsqueda de inversiones lucrativas, cada vez más escasas, ha movido al hombre a pasar del interés simple al interés compuesto y de éste a componer el interés nominal con mayor frecuencia, es decir, en períodos de tiempo más cortos para, finalmente, entrar decididamente por el camino de los intereses por período anticipado.

Este proceso ha coadyuvado, en la práctica, a encarecer el dinero como recurso productivo, y a desviar la atención del capital hacia este tipo de manipulaciones financieras de poco riesgo, especie de inversiones de papel, que en poco colaboran a la creación de industrias, a la producción de bienes y servicios y a la generación de empleo que tan urgentemente demanda el país.

Sobre el tema de la composición anticipada de intereses es muy escasa la bibliografía y cuando se encuentra se refiere al descuento bancario compuesto, concepto que en el fondo es diferente al que nos ocupa. Más grave aún, a falta de un tratamiento analítico apropiado, se vienen usando las tablas de descuento compuesto como si fueran utilizables para manejar intereses anticipados, y se demostrará más adelante que ello es incorrecto. En este error ha incurrido aún la entidad que vigila y controla la Banca del país.

Este trabajo pretende llenar el vacío bibliográfico existente, subsanar el error anotado y profundizar sobre las oportunidades que la reinversión de los intereses anticipados brinda a los inversionistas.

Dividiremos el tema en tres áreas, a saber:

a) Fórmula para pagos simples
b) Intereses nominales y efectivos
c) El descuento bancario y su relación con el interés

2. DESARROLLO DE FORMULAS PARA PAGOS SIMPLES

Por pagos simples entendemos aquellos que envuelven una sola transacción, vr. gr. se invierte* hoy una suma P, principal, y se recibe la suma F al concluir el período **n**, de acuerdo a un rédito o tasa **i**, compuesto.

Para el caso tradicional de intereses vencidos, el interés compuesto trabaja agregando, al final de cada período, al principal acumulado el interés devengado, constituyendo todo ello un nuevo principal para efectos de la composición en el período siguiente.

La forma usual de relacionar la suma F a recibir al final del período con el principal P invertido es:

Final del Período	**Efectivo Acumulado**		
0	P	=	P
1	$P + Pi$	=	$P(1+i)$
2	$P(1+i) + [P(1+i)]\,i$	=	$P(1+i)^2$
..		..	
..		..	
n	. . . .	=	$P(1+i)^n$

Esta fórmula se traduce en la tradicional:

$$F = P(1+i)^n \qquad (1)$$

Otra manera de llegar al mismo resultado consiste en asumir que al inversionista se le entrega el interés al final de cada período y él procede a invertirlo a la misma tasa. Los intereses, Pi, se entregan al final de cada período, incluyendo el último o enésimo, en el cual recibe además de vuelta el principal P.

---

* Aunque siempre nos referimos al inversionista que compromete un principal P en busca de un mayor pago futuro F, todo lo que aquí se deduce aplica también a un deudor que toma en préstamo P y repaga F.

El siguiente gráfico nos muestra esta situación:

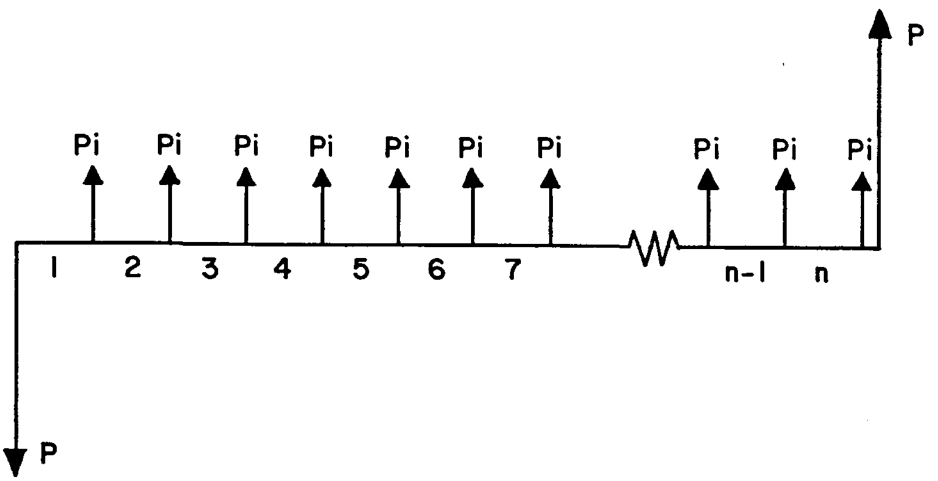


GRAFICO No. 1

El efectivo que habrá recogido el inversionista al final del período **n** incluye:

1) Los primeros Pi que recibe como intereses, al final del primer período, se reinvierten durante (n-1) períodos a la misma tasa de interés compuesto **i** y generan:

$$Pi\ (1 + i)^{n-1}$$

2) Los segundos Pi recibidos se reinvierten durante (n-2) períodos y generan:

$$Pi\ (1 + i)^{n-2}$$

3) Sucesivamente los Pi de los períodos siguientes compondrán intereses por un período menos, siendo que los últimos, localizados al final del período **n**, no alcanzan a redituar dada su ubicación justo al final del intervalo considerado.

4) Finalmente, al concluir el período **n** se recibe también el principal, P.

Podemos, pues, considerar el valor final F recibido como la siguiente suma:

$$F = Pi\,(1+i)^{n-1} + Pi\,(1+i)^{n-2} + \ldots\ldots + Pi\,(1+i)^2 + Pi\,(1+i) + Pi + P \qquad (2)$$

Los dos miembros de la ecuación (2) pueden multiplicarse por (1 + i) dando origen a la expresión (3):

$$(1+i)\,F = Pi\,(1+i)^n + Pi\,(1+i)^{n-1} + Pi\,(1+i)^{n-2} + \ldots + Pi\,(1+i)^2 + Pi\,(1+i) + P\,(1+i) \qquad (3)$$

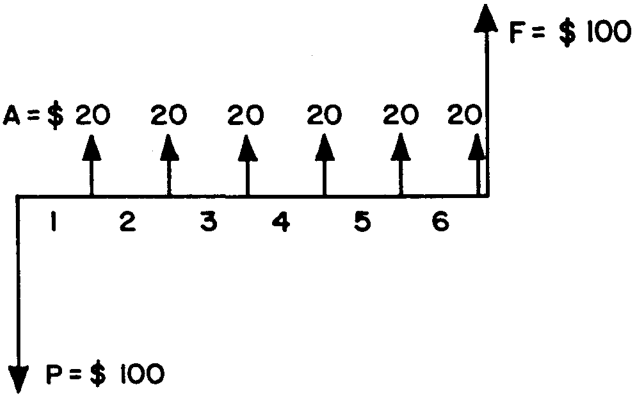
Al restar la expresión (2) de la (3) obtenemos:

$$\begin{aligned} iF &= Pi\,(1+i)^n + P\,(1+i) - Pi - P \\ &= Pi\,(1+i)^n + P + Pi - Pi - P \end{aligned}$$

De donde se llega finalmente a la tradicional ecuación (1):

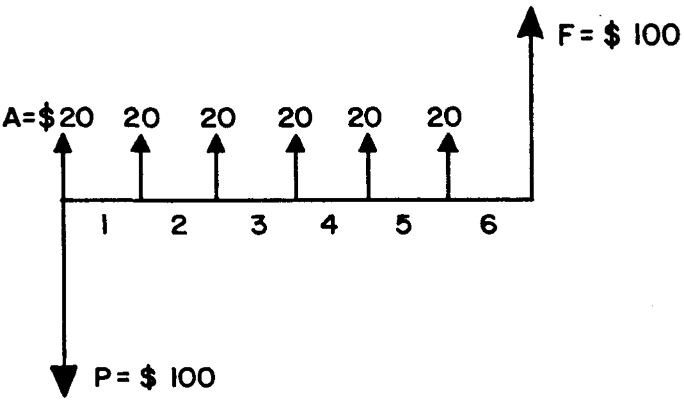
$$F = P\,(1+i)^n \qquad (1)$$

Toda la disgresión anterior nos servirá para entender mejor lo que ocurre en el caso de los intereses anticipados. En este evento el inversionista recibe sus intereses, Pi, al comienzo de cada período, así que la diferencia entre los flujos de efectivo que generan las dos alternativas, una con intereses por período vencido y otra por período anticipado, se reflejará, en la práctica, en los períodos cero y **n**. Veámoslo en los siguientes gráficos:



Inversión de $100 al 20 %, intereses por período vencido, durante 6 años.

GRAFICO No. 2



Inversión de $ 100 al 20 %, intereses sobre período anticipado, durante 6 años.

GRAFICO No. 3

Obsérvese que en ambos casos el inversionista recibiría $ 220 si los pesos de diferentes períodos se pudieran sumar. Como puede observarse los intereses anticipados permiten al inversionista comenzar a reinvertir sus réditos un período antes, y aunque no recibe intereses al final del período **n**, la inversión descrita en el Gráfico No. 3 es necesariamente mejor que la representada en el Gráfico No. 2, por cuanto el dinero se recibe antes, o lo que es lo mismo, se pone a trabajar antes. Veamos ahora qué tanto mejor es la inversión con intereses anticipados y para ello generalicemos de nuevo la situación, mediante la inversión descrita en el Gráfico No. 4 que corresponde al caso de intereses anticipados.

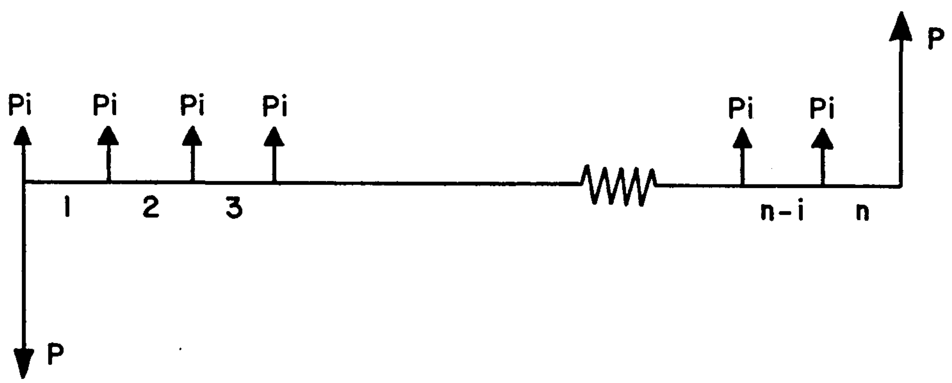


GRAFICO No. 4

Al igual que en el caso anterior el inversionista reinvierte sus intereses, pero esta vez al comienzo de cada período. La cantidad final recibida, que denominaremos **f**, es la siguiente suma, observando que al término del período **n** sólo recibe el principal:

$$f = Pi\,(1+i)^n + Pi\,(1+i)^{n-1} + \dots + Pi\,(1+i) + P \qquad (4)$$

Aplicando de nuevo el artificio de cálculo de multiplicar los dos miembros de la ecuación (4) por (1 + i) tenemos:

$$(1+i)\,f = Pi\,(1+i)^{n+1} + Pi\,(1+i)^n + \dots + Pi\,(1+i)^2 + P\,(1+i) \qquad (5)$$

Haciendo, como en oportunidad anterior, la resta (5) — (4) se obtiene:

$$if = Pi\,(1 + i)^{n+1} + P\,(1 + i) - Pi\,(1 + i) - P$$

$$= Pi\,(1 + i)^{n+1} - Pi^2$$

Luego:

$$f = P\,(1 + i)^{n+1} - Pi \qquad (6)$$

La f deducida tiene el mismo significado de la F utilizada anteriormente, salvo que utilizamos minúscula para diferenciar el caso de los intereses anticipados.

Esta ecuación reviste gran importancia pues liga los factores F y P para casos de intereses anticipados y nos permite trabajar con las tablas o las calculadoras existentes, bastando para ello que se asuma para el cálculo tradicional un período más y que a la respuesta se le sustraiga el valor Pi.

En efecto, $(1 + i)^{n+1}$ es el factor para hallar F conocido P, al i% de interés compuesto vencido* que se encuentra tabulado en los distintos textos. Solo se requiere efectuar el cálculo considerando un período más. Igual procedimiento puede emplearse con las calculadoras financieras.

Una alternativa un tanto extrema, pero muy interesante, surge sí el inversionista decide reinvertir sus intereses, Pi, también bajo la modalidad de la composición anticipada. Tomemos el ejemplo descrito en el Gráfico No. 3, que representa una inversión de \$100 al \$20 le generaría, de inmediato, al mismo 20 % de interés anticipado, otros \$4 que, a su turno, también podría reinvertir, recibiendo por ellos \$0.80 y así indefinidamente, mientras el costo de la transacción no lo haga impráctico.

---

*Este factor se denomina en los libros sobre el tema (F/P, i% , n) o (caf, i% , n). Es el factor de cantidad compuesta.

La situación anterior puede tratarse analíticamente y deducir cuál es la máxima suma que el inversionista puede acumular al comienzo de cada período, a fin de determinar la cantidad de efectivo F que tendrá acumulada al final del período **n**.

Los Pi que obtiene originalmente podrán reinvertirse inmediatamente, recibiendo otros intereses equivalentes a (Pi) i, es decir Pi^2. Estos, a su vez, también se reinvertirán en el acto, dando lugar a otro $(Pi^2)i$, es decir, Pi^3, y así se repetirá la operación **m*** veces, lo cual conduce a que al comienzo de cada período el inversionista dispondrá de una suma A igual a:

$$A = Pi + Pi^2 + Pi^3 + \dots + Pi^m \qquad (7)$$

Multiplicando por **i** los dos miembros de la ecuación (7):

$$Ai = Pi^2 + Pi^3 + Pi^4 + \dots + Pi^{m+1} \qquad (8)$$

Si $i < 1$, como es lo usual, entonces las expresiones (7) > (8) luego al efectuar la resta (7) — (8):

$$A - Ai = Pi - Pi^{m+1}$$

De donde

$$A = \frac{Pi - Pi^{m+1}}{1 - i}$$

Como la operación de reinversión se puede repetir indefinidamente, o al menos hasta que el costo de la transacción lo haga impráctico, el límite cuando **m** tiende a infinito nos produce la máxima cantidad de efectivo que el inversionista logra recoger al comienzo de cada período:

$$\lim_{m \to \infty} A = \frac{Pi}{1 - i} \qquad (9)$$

---

*No confundir **m** y **n**. El segundo se refiere al número de períodos, vr. gr. meses, considerados, mientras que el primero indica el número de veces que reinvertimos el interés acumulado.

ya que i^{m+1} tiende a cero al crecer **m** indefinidamente.

La serie anteriormente descrita es rápidamente convergente. Obsérvese que en el ejemplo los $100 produjeron $20, éstos produjeron $4, y éstos $0.80, es decir, que en solo dos etapas de reinversión ya hemos recogido $24.80, cuando el límite máximo de reinversión es $25, [$20/(1—0, 20)].

Tomemos ahora una inversión un tanto distinta y que se describe en el Gráfico No. 5.

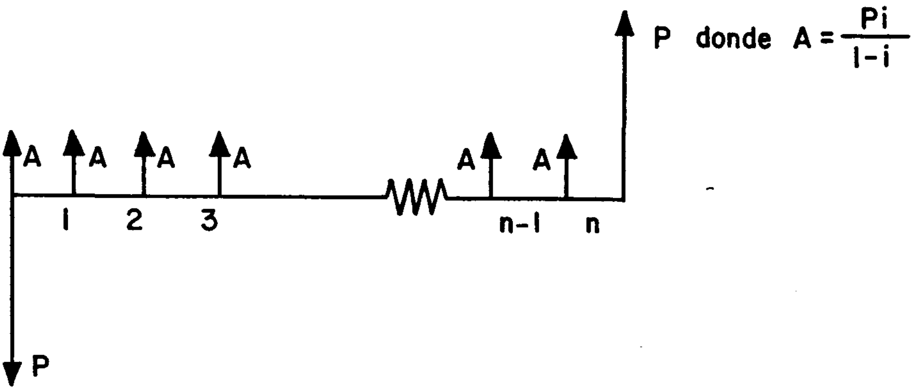


GRAFICO No. 5

Llamemos $\emptyset$* la suma acumulada al final del período **n** y que será, en este caso igual a:

$$\emptyset = \frac{Pi}{1-i}(1+i)^n + \frac{Pi}{1-i}(1+i)^{n-1} + \dots + \frac{Pi}{1-i}(1+i) + P \qquad (10)$$

Al efectuar la diferencia (11) — (10):

$$i\phi = \frac{Pi}{1-i}(1+i)^{n+1} + P(1+i) - \frac{Pi}{1-i}(1+i) - P$$

$$= \frac{Pi}{1-i}(1+i)^{n+1} + P + Pi - \frac{Pi}{1-i}(1+i) - P$$

$$= \frac{Pi}{1-i}(1+i)^{n+1} + \frac{Pi(1+i)}{1-i} - \frac{Pi(1+i)}{1-i}$$

$$= \frac{Pi}{1-i}(1+i)^{n+1} + \frac{Pi - Pi^2 - Pi - Pi}{1-i}$$

$$= \frac{Pi}{1-i}(1+i)^{n+1} - \frac{2Pi^2}{1-i}$$

Luego:

$$\phi = \frac{P}{1-i}(1+i)^{n+1} - \frac{2Pi}{1-i}$$

$$\phi = \frac{P(1+i)^{n+1} - 2i}{1-i} \qquad (12)$$

Esta es la máxima suma ϕ que el inversionista podría llegar a acumular al final del período **n** si hubiera procedido a reinvertir indefinidamente sus intereses anticipados bajo la misma modalidad.

La única limitación sería el costo de la transacción que podría limitar el número de reinversiones. Sin embargo, en la práctica, este hecho ocurre en las instituciones financieras que pueden congregar pequeñas sumas procedentes de reinversiones varias, reuniendo así un nuevo principal que puede ameritar incurrir en el costo de la transacción.

Desde el punto de vista del deudor, caso en el cual ϕ sería el monto a pagar al final del período **n**, la situación sería real si algún día se institucionalizara este esquema de pago, o si, no habiendo hecho pagos anticipados Pi, y cancelando P al final de **n**, el deudor fuera también una entidad financiera que hubiese podido emplear los intereses anticipados como lo hizo el inversionista hipotético descrito. Es decir, este costo extremo sería un costo extremo de oportunidad, para el deudor.

3. INTERESES NOMINALES Y EFECTIVOS

Una cosa es hablar de una inversión de \$100 que redita el 24% anual, y otra cosa es hablar de que reditúa un 24 % anual compuesto mensualmente. En el supuesto de que los intereses sean por período vencido, el inversionista recibirá en un caso \$124 y en el otro \$126.82*

En el segundo caso la composición del interés es más frecuente, mensual, y hablamos de una tasa nominal **r** de interés (24% en este caso), con 12 períodos de composición (**m** = 12). Esto indica que en realidad se trata de un problema de inversión con un principal de \$100 (P), una tasa mensual de interés de 2 % (r/m = 24/12) y 12 períodos o meses. En términos generales la solución es:

$$F = P\,(1 + r/m)^m$$

donde en lugar de el **i** de la fórmula tradicional (1) usamos **r/m** para significar el interés correspondiente al tipo de períodos utilizados y se usa **m** para indicar el número de períodos de composición. Obsérvese que im = r.

Para complicar más las cosas, o para sacarle más partido a la inversión, comprometamos los mismos \$100, al mismo 24 % anual, componiendo mensualmente, pero además con intereses al comienzo del período. Empleamos la fórmula (6) en la cual **i** es el 2 % y (n + 1) es 13, con el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} f &= P\,(1 + i)^{n+1} - Pi \qquad (6) \\ &= \$100\,(1 + 0.02)^{13} - \$100 \times 0.02 \\ &= \$127.36 \end{aligned}$$

Observamos que esta alternativa renta un poco más que la anterior, pero podríamos ir aún más lejos con la argucia de la reinversión indefinida de los intereses anticipados, la cual para este caso reditaría:

$$\phi = \frac{P\,(1 + i)^{n+1} - 2i}{1 - i} \qquad (12)$$

$$= \$100\,\frac{(1 + 0.02)^{13} - 0.04}{0.98} = \$127.92$$

De lo anterior podemos, pues, afirmar que un interés del 24 % nominal anual equivale al

---

$*F = 100\,(1 + 0.24/12)^{12} = \$126.82$

26.82% cuando se compone mensualmente, al 27.36% cuando además el interés se paga por anticipado y se reinvierte convencionalmente y al 27.92 % cuando adicionalmente el interés anticipado se reinvierte indefinidamente bajo el mismo esquema.

Para generalizar deduzcamos una fórmula que relacione el interés nominal con los intereses efectivos:

a) Para el caso de intereses por período vencido:

Si $P = 1$ y $n = 1$, la siguiente relación es cierta:

$$F = (1 + i)^1 = (1 + r/m)^m \qquad \text{de (1)}$$

donde i: es tasa de interés efectivo

r: Tasa nominal

m: períodos de composición

Luego

$$i = (1 + r/m)^m - 1 \qquad (13)$$

b) Para el caso de intereses anticipados, tomando la ecuación (6) y asumiendo que $n = 1$ y $P = 1$

$$F = (1 + i)^1 = (1 + r/m)^{m+1} - r/m$$

Luego

$$\boxed{i = (1 + r/m)^{m+1} - r/m - 1} \qquad (14)$$

c) En el evento de intereses anticipados reinvertidos indefinidamente también bajo la modalidad de composición anticipada, utilizando las expresiones (1) y (12) y haciendo $n = 1$ y $p = 1$, tenemos:

$$F = (1 + i)^1 = [(1 + \frac{r}{m})^{m+1} - \frac{2r}{m}] / (1 - \frac{r}{m})$$

De donde:

$$\boxed{i = \left[[(1 + \frac{r}{m})^{m+1} - \frac{2r}{m}] / (1 - \frac{r}{m})\right] - 1} \qquad (15)$$

Ejemplo: Calcular la tasa de interés efectiva que corresponde al 24% anual para los casos de composición mensual con interés sobre períodos vencidos y anticipados.

Para el caso de períodos vencidos empleamos la expresión (13) y tenemos:

$$i = (1 + 0.24/12)^{12} - 1 = 1.2682 - 1$$

$$= 0.2682$$

Equivale al 26.82 %

En el evento de intereses anticipados hacemos uso de la ecuación (14):

$$i = (1 + 0.24/12)^{13} - 0.24/12 - 1 = 1.2936 - 0.02 - 1$$

La tasa de interés es el 27.36 % anual efectivo

d) Si el interés a más de ser anticipado se reinvierte indefinidamente, usamos la ecuación (15):

$$i = \frac{(1 + 0.02)^{13} - 2 \times 0.02}{0.98} - 1$$

$$= \frac{1.2936 - 0.04}{0.98} - 1 = \frac{1.2536}{0.98} - 1 = .2792$$

Es decir, el 27.92 %

Las tablas del Anexo No. 1 resumen comparativamente estas equivalencias.

4. DESCUENTO BANCARIO Y RELACION CON EL INTERES

Estrictamente hablando el descuento bancario es una metodología utilizada para descontar obligaciones anticipadamente. Existe abundante bibliografía sobre el tema y tan conocido es que se incluye en los manuales de matemáticas financieras*.

El siguiente ejemplo tipifica su utilización: Una obligación de $1,000 vence dentro de tres años. Cómo se descontaría hoy esa deuda, al 4 % capitalizable anualmente?

Para resolver el problema se trabaja de adelante hacia atrás, deduciendo cuál sería el descuento un año antes, dos años antes y así sucesivamente. Veamos como:

* Por ejemplo, J.H. Moore en la bibliografía.

Descuento de	Monto a descontar	Tasa de descuento		Descuento a la fecha	Valor Líquido
3 años	$ 1,000	0.04	=	40	$ 960
2 años	$ 960	0.04	=	38.4	$ 921.6
1 año	$ 921.6	0.04	=	36.8	$ 884.9
Hoy	$ 884.9	0.04	=	35.4	$ 849.4

Es decir, que hoy descontaríamos la obligación por $849.40.

El método de cálculo puede racionalizarse deduciendo la siguiente expresión:

$$P = F\,(1 - d)^n \qquad (16)$$

y éste es fundamentalmente un método para hallar P conocido F, **n** períodos antes del vencimiento o maduración, a una tasa de descuento compuesto **d**.

Para demostrar que es distinto al interés compuesto y al interés compuesto anticipado, veamos a qué cantidad equivalen $1,000 de hoy, dentro de tres años:

i) Considerando un interés compuesto del 6 % anual:
Empleamos la ecuación (1):

$$F = (1 + i)^n = \$1{,}000\ (1 + 0.06)^3 = \$1{,}191$$

ii) Considerando un interés compuesto anticipado del 6 % anual, empleando la fórmula (6) se obtiene:

$$F = P\,(1 + i)^{n+1} - Pi = 1{,}000\ (1 + 0.06)^4 - 1{,}000 \times 0.06 = \$1{,}202$$

iii) Considerando un descuento compuesto del 6 % anual y empleando la fórmula (16).

$$F = P/\,(1 - d)^n = 1{,}000/\,(1 - 0.06)^3 = \$1{,}204$$

Como se aprecia, los tres conceptos producen resultados diversos. Las respuestas son notoriamente más distintas cuando crece la magnitud de la tasa de interés. Repitiendo los cálculos con un interés del 30 % tendríamos respectivamente los siguientes valores de F: \$2,197, \$2,556 y \$2,915. Se concluye que es más caro el descuento compuesto que el interés compuesto.

Fácilmente pueden deducirse de la expresión (16) fórmulas de interés equivalentes a descuentos nominales, t*, compuestos durante un período:

$$P = F\left(1 - \frac{t}{m}\right)^{mn} \qquad (17)$$

Donde **t** es el descuento nominal por período, **m** el número de composiciones y **n** el número de períodos. Para P y **n** iguales a 1, podemos escribir:

$$F = 1/\left(1 - \frac{r}{m}\right)^{m} = (1 + i) \text{ de relaciones (17) y (1)}$$

$$\text{De donde } i = \frac{1}{\left(1 - \frac{t}{m}\right)^{m}} - 1$$

Esta fórmula es muy conocida y se encuentra tabulada. El Anexo No. 2 contiene la tabla correspondiente con fines de comparación. Precisamente estas fórmulas y estas tablas son las que equivocadamente han circulado en el país como correspondiente al interés anticipado, al cual denominan descuento. La equivalencia de denominaciones no es en sí problema serio, más sí la confusión entre el significado de descontar y el de componer anticipadamente los intereses.

En la circular de la Superintendencia Bancaria citada en la Bibliografía, en su reproducción por Fasecolda, en las tablas de Matemáticas Financieras del Dr. Ricardo Salas y en el Boletín Económico No. 101 del BIC se cae en el mismo error, pues todas estas publicaciones acaban ofreciendo tablas o fórmulas de descuento como de interés anticipado.

El Dr. Leonardo Hincapié Naranjo - Boletín Económico No. 101 BIC - desarrolla conceptualmente bien un ejemplo de interés compuesto explicando que \$100 colocados al 2 % mensual anticipado producirían \$2 al comienzo de cada mes, los cuales reinvertidos al 2 % generarían al final del año una suma que añadida a los \$100 del principal confluirían en un valor final mayor que para el caso de los intereses liquidados al final del período. Desafortunada-

*t es la tasa nominal de descuento por período, y **m** es el número de subperíodos de composición, **d x m = t** mente para hallar el valor F usa las tablas de descuento y termina con una cifra de $127.43, cuando, de acuerdo con la metodología que él sugiere, debería resultar en $127.36.

Aparentemente las pequeñas diferencias numéricas fueron atribuídas a la aproximación matemática y este hecho, aunado al análisis de problemas que abarcan un solo período, donde se da una coincidencia entre el descuento y el interés anticipado calculado como tasa interna de retorno, contribuyeron al equívoco aquí expuesto y demostrado.

El interés compuesto anticipado o vencido, calcula la suma capitalizada al fin de cada período multiplicando el principal acumulado por (1 + i), cuando el descuento halla el monto pagable por una obligación dividiendo el valor líquido al final del período por (1 — d) para tener así el valor líquido al comienzo del mismo período. Como se aprecia son dos conceptos distintos.

5. CONCLUSIONES

Ha quedado demostrado que no es lo mismo el interés compuesto anticipado que el descuento compuesto bancario según la acepción tradicional. Así se adoptara este nombre como terminología, lo que no se puede aceptar es que se utilicen las equivalencias correspondientes al descuento como aplicables al interés compuesto anticipado. Hacerlo es, en el mejor de los casos, un error conceptual inadmisible aun cuando las diferencias en términos numéricos puedan ser despreciables.

Igualmente se ha racionalizado la posibilidad de la reinversión indefinida, práctica esta común entre las instituciones financieras, aunque utilizada por mera intuición, ante el convencimiento de que cuesta mucho mantener efectivo ocioso.

6. BIBLIOGRAFIA

1) J.H. Moore, **Manuel de Matemáticas Financieras,** UTEHA. Reimpresión de 1969.

2) Leonardo Hincapié Naranjo, **Tasa de Interés Nominal y Efectiva.** Mimeógrafo. Publicados como el Boletín Económico No. 101 del BIC, Julio 1977.

3) **Circular ACT y CF 038 de 1977,** Superintendencia Bancaria, reproducido por FASECOLDA.

4) Ricardo Sala, **Tablas de Matemáticas Financieras.** Editorial Retina.

Anexo No. 1

INTERESES EFECTIVOS (i) ANUALES

% Nominal anual	VENCIDOS				ANTICIPADOS				Anticipados en Reinversion Indefinida				
	Mes m = 12	Trim m = 4	Sem m = 2	Año m = 1	Mes m = 12	Trim. m = 4	Sem. m = 2	Año m = 1	Mes m = 12	Trim. m = 4	Sem. m = 2	Año m = 1	Nominal
12	12.682	12.555	12.360	12.000	12.809	12.927	13.102	13.440	12.939	13.333	13.938	15.773	12
18	19.562	19.252	18.810	18.000	19.855	20.118	20.503	21.12	20.158	21.066	22.531	25.902	18
24	26.824	26.248	25.440	24.000	27.361	27.822	28.493	29.760	27.919	29.598	32.378	39.158	24
28	31.837	31.080	29.960	28.000	32.627	33.255	34.154	35.84	30.990	35.758	39.714	49.778	28
30	34.489	33.547	32.250	30.000	35.351	36.063	37.088	39.000	36.257	38.987	43.632	55.714	30
32	37.126	36.048	34.560	32.000	38.126	38.933	40.090	42.240	39.160	42.318	47.725	62.118	32
34	39.831	38.586	36.890	34.000	40.960	41.865	43.161	45.560	42.149	45.754	51.002	69.030	34
36	42.576	41.158	39.240	36.000	43.853	44.862	46.303	48.960	45.210	49.299	56.467	76.500	36
40	48.212	46.410	44.000	40.000	49.817	51.051	52.800	56.000	51.351	56.723	66.000	93.333	40

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m} - 1$$

Intereses vencidos. Se reinvierten liquidando intereses vencidos.

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m+1} - \left(1 + \frac{r}{m}\right)$$

Intereses anticipados que se reinvierten componiendo por períodos vencidos.

$$i = \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m+1} - \frac{2r}{m}\right] / \left(1 - \frac{r}{m}\right) - 1$$

Intereses anticipados que se reinvierten indefinidamente en la misma mo-

Por: Luis Fernando Gutiérrez M. - Marzo / 80

Anexo No. 2
INTERES (i) EFECTIVO

Descuento % Nominal	Mes	Trim.	Sem.	Año
5	5.14	5.16	5.19	5.26
6	6.20	6.23	6.28	6.38
7	7.27	7.32	7.38	7.53
8	8.36	8.47	8.51	8.70
9	9.45	9.53	9.65	9.89
10	10.56	10.66	10.80	11.11
11	11.68	11.80	11.98	12.36
12	12.82	12.96	13.17	13.64
13	13.96	14.13	14.39	14.94
14	15.12	15.32	15.62	16.78
15	16.29	16.52	16.87	17.65
16	17.48	17.74	13.15	19.05
17	18.68	18.97	19.44	20.43
18	19.89	20.22	20.76	21.73
19	21.11	21.49	22.10	23.46
20	22.35	22.77	23.46	25.00
21	23.60	24.07	24.91	26.58
22	24.86	25.39	26.25	28.21
23	26.15	26.73	27.61	29.87
24	27.44	28.00	29.15	31.58
25	28.68	29.45	30.62	33.33
26	30.09	30.84	32.12	35.14
27	31.39	32.24	33.65	36.99
28	32.70	33.67	35.21	38.89
29	34.16	35.12	36.80	40.85
30	35.50	36.61	38.41	42.86
31	36.60	38.08	40.06	44.93
32	38.37	39.58	41.72	47.06
33	39.74	41.12	43.43	49.25
34	44.19	42.66	45.16	51.51
35	42.70	44.23	46.92	53.35
36	44.12	45.83	48.72	56.25

Estas tablas para descuento compuesto son las que se vienen utilizando equivocadamente para interés compuesto anticipado.