UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería

Departamento de Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L. 8 de Septiembre de 2009.

Álgebra lineal. Período Académico 092. G-25. Primer parcial.

Nombre ______________________________ Código __________

1. (8 puntos) Determine todos los valores de a para los que el sistema resultante i) tenga infinitas soluciones, ii) tenga solución única y iii) no tenga solución.

$$\begin{aligned} x &+ y &= 2 \\ x &+ (a^2-3)y &= a \end{aligned}$$

2. (10 puntos) Encuentre, de ser posible, una solución no trivial del sistema lineal $(2I_3 - A)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

¿Es $2I_3 - A$ una matriz no singular? Justifique su repuesta.

3. (10 puntos) Sean $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ y $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$. Utilice propiedades para hallar $(A^TB)^{-1}$ y $|(3A)^{-1}B^T|$.

4. (10 puntos) a) Considere los vectores $\mathbf{u} = (1, 2)$ y $\mathbf{v} = (3, -4)$. Haga una gráfica para calcular de manera geométrica $\mathbf{u} + \mathbf{v}$. Verifique la desigualdad triangular para $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$.

   b) Determine un vector no nulo $\mathbf{u} = (a, b, c, d)$ que sea ortogonal a los vectores $\mathbf{v} = (1, 2, 0, -1)$ y $\mathbf{w} = (1, -1, 3, 2)$.

5. (12 puntos) Responda verdadero o falso justificando su respuesta.

a) Si $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ son soluciones de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ entonces $\frac{1}{3}\mathbf{u} + \frac{2}{3}\mathbf{v}$ también es solución.

b) Para toda matriz A antisimétrica, se tiene que $\det(A) = 0$.

c) $\|\mathbf{u}+\mathbf{v}\|^2 - \|\mathbf{u}-\mathbf{v}\|^2 = 4\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ para todo $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$.

Opcional (5 puntos) Considere dos compañías M y N que fabrican el mismo producto. Cada año, la compañía M conserva $3/5$ de sus clientes mientras que el resto de ellos se cambian a N. Cada año, la compañía N conserva el $1/5$ de sus clientes y el resto de ellos se cambian a M. Determine la distribución estable del mercado.