

QUIZ No 1 27 de Enero de 2009

1) (12 puntos) Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4-4\cos x}{x}$.

2) (16 puntos)

a) Considere la función $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si } x < 1 \text{ y } x \neq 0 \\ -x + 2, & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Encuentre los valores de c en los cuales f es discontinua y clasifique las discontinuidades encontradas como removible o no removible.

b) Encuentre el valor de b que hace que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4\sin x}{x}, & \text{si } x < 0 \\ -2x + b, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ sea continua en toda la recta real.

3) (11 puntos) De una función f se sabe que $\sin x \leq f(x) \leq 1$ para todo x en un intervalo abierto que contiene a $\frac{\pi}{2}$ (excepto, posiblemente, en $\frac{\pi}{2}$). De ser posible, calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$.

4) (11 puntos) Demuestre que la función $f(x) = x^3 - 4x + 1$ tiene un cero en el intervalo $(0,1)$.