Universidad Icesi

Cali, Lunes 16 de Septiembre del 2002

Examen Parcial #1
Respuestas Sugeridas
Grupo 1 - 3

Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: ________________________________

Código:______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener una hoja de formulas.
3. El examén consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las pregutas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Las pregutas 2e y 3h son opcionales. Estas preguntas tienen un valor de 10 puntos cada una. En caso que su respuesta a estas preguntas sea incorrecta, usted NO será penalizado.
5. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
6. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
7. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.
8. Al finalizar su examén entregue su respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!
10.

Suerte.

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)
Falso o Verdadero
Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) $\mathrm{Var}(X - Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) + 2\cdot\mathrm{Cov}(X, Y)$

Falso. Por propiedades de la varianza sabemos que $\mathrm{Var}(aX + bY) = a^2\cdot\mathrm{Var}(X) + b^2\cdot\mathrm{Var}(bY) + 2\cdot a\cdot b\cdot\mathrm{Cov}(X, Y)$. En este caso $a = 1$ y $b = -1$, entonces $\mathrm{Var}(X - Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) - 2\cdot\mathrm{Cov}(X, Y)$.

b) El modelo $Y_i = \dfrac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i}$ es linealizable.

Verdadero. Pues:

$$Y_i = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2\cdot X_{2i} + \beta_3\cdot X_{3i} + \varepsilon_i}$$

$$\frac{1}{Y_i} = \beta_1 + \beta_2\cdot X_{2i} + \beta_3\cdot X_{3i} + \varepsilon_i$$

Ahora reparametricemos, ess decir, sea $z_i = \dfrac{1}{Y_i}$. Claramente el modelo resultante es lienal.

c) Después de estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, publiqué en mi página web la siguiente Tabla Anova. Un estudiante me envió un correo con la siguiente afirmación: "La tabla Anova tiene un error". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	**SS**	**G de L**	**MS**
Regresión	824	4	206
Error	640	40	16
Total	1354	44	

Verdadero. Noten que SST=SSE + SSR, en este caso esto no se cumple pues 824+640=1464 no 1354. Además k=3, entonces los grados de libertad de la regrsión serán 3-1 = 2 y no 4. Por tanto MSR = 412 y no 206.

d) Un R^2 de 0.8 para el siguiente modelo estimado $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$ implica que el 80% de la variación de y es explicada por el modelo.

Verdadero. Esa es precisamente la definicón de del R^2 para esta regresión no se puede interpretar como lo sugiere la anterior afirmación.

2. (40 puntos)

Un consultor está interesado en estudiar la demanda de inversión en Colombia para el período 1970 - 1984. Para esto recopiló datos de la Inversión real (I) en trillones de pesos, el PIB real (G) en trillones de pesos y la DTF (R). Además una tendencia (t) es empleada en las estimaciones. El consultor corrió un modelo lineal en EasyReg obteniendo los resultados que se encuentran al final del examen. Usted fue contratado para interpretar estos resultados.

Responda las siguientes preguntas:

a) Escriba el modelo estimado por el consultor, interprete el significado de cada coeficiente. **(10 Puntos)**

El modelo estimado por el consultor es el siguiente:

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 G_t + \beta_2 \cdot R_t + \beta_3 \cdot t + \varepsilon_t$$

Explicación:

- β_1**,** el aumento (disminución) en trillones de pesos constantes en la inversión provocado por un aumento en un trillon de pesos constantes en el PIB.
- β_2, el aumento (disminución) en trillones de pesos constantes en la inversión provocado por un aumento en un 1% de la DTF.
- β_3, el aumento (disminución) en trillones de pesos constantes en la inversión provocado por un el paso de un año mas.
- β_0, la inversión real en trillones de pesos constantes cuando las otras variables son cero. En otras palabras, la inversión que no depende del paso del tiempo, ni del PIB, ni de la tasa de interés.

b) Escriba la ecuación estimada. ¿Cuáles coeficientes son significativos? Discuta ***brevemente***. **(15 Puntos)**

La ecuación estimada es:

$$Ihat_t = 0.86389 + 0.12055\, G_t + 0.20859 \cdot R_t + 0.05712 \cdot t$$

Según nuestra estimación, ninguno de los coeficientes son significativos al 1%. Esto era suficiente.

Noten que esto es muy sospechoso, pues el R^2 y el F global de la regresión son muy altos.

c) Finalmente, comente ***brevemente*** los otros resultados que no ha comentado previamente. Por ejemplo discuta el "Fit" de la regresión y cualquier problema que observe en la resgresión. Si encuentra algún tipo de problema, comente como lo resolvería.
(15 Puntos)

Como lo decia anteriormente, esta regresión es bastante sospechosa. el R^2 y el F global de la regresión son muy altos y al mismo tiempo los t calculados son muy bajos. Por tanto todos los sintomas de una multicolinealidad alta están presentes. Como lo habíamos visto en clase, lo mas probable es que exista una fuerte correlación entre la tendencia y el PIB, así lo mejor sería correr el modelo sin la tendencia a ver si el problema de multicolinealidad queda resuelto.

d) PREGUNTA OPCIONAL
Escriba un modelo que pueda ser empleado para probar la siguiente hipótesis: "Las reformas económicas introducidas a inicios de los noventa en el mercado financiero flexibilizaron las restricciones crediticias que existían previamente y por tanto la inversión responde a apartir de esa fecha de una forma diferente a la tasas de interés". Demuestre que su modelo si captura esta hipótesis. **(10 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

Para capturar esta hipótesis creemos la siguiente variable dummy:

$$D_t = \begin{cases} 1 & si \quad t \geq 1990 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

Así el nuevo modelo sería:

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 G_t + \beta_2 \cdot R_t + \beta_3 \cdot t + \beta_4 \cdot D_t \cdot R_t + \varepsilon_t$$

Para demostrar que el modelo anterior si captura la hipotesis, se requiere calcular el valor esperado del modelo.

$$E[I_t] = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 G_t + (\beta_2 + \beta_4) R_t + \beta_3 t & si \quad t \geq 1990 \\ \beta_0 + \beta_1 G_t + \beta_2 R_t + \beta_3 t & o.w. \end{cases}$$

Luego el modelo si captura una nueva relación entre la DTF y la Inversión real despues de 1990

3. (40 puntos)

Un assesor de inversiones supone para el precio de una acción (y_t en miles de pesos) la siguiente relación estocástica:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, ..., 1000.$$

donde X_{2t} represta el cambio % en la DTF en el año t, X_{3t} represta el índice de precios de las acciones del sector industrial (en 10%) en el año t y X_{4t} es el índice de precios de de las acciones del sector industrial (en 10%) en el año t y X_{4t} es el índice de precios de la Bolsa de Bogotá (IBB) medido en 10% para el año t. Además, ε_t representa una perturbación aleatoria.

Para 1000 observaciones se obtuvieron los siguientes valores:

$$\sum_{t=1}^{n} X_{2t} = 3000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} = 1000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{4t} = 2000 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t = 6000$$

$$\sum_{t=1}^{n} (X_{2t})^2 = 12000 \qquad \sum_{t=1}^{n} (X_{3t})^2 = 2000 \qquad \sum_{t=1}^{n} (X_{4t})^2 = 6000 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{3t} = 8000$$

$$\sum_{t=1} X_{2t} \cdot X_{3t} = 3000 \qquad \sum_{t=1} X_{2t} \cdot X_{4t} = 4000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} \cdot X_{4t} = 2000$$

$$\sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{2t} = 13000 \qquad \sum_{t=1}^{n} (y_t)^2 = 49099.6 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{4t} = 16000$$

a) Construya la matriz $X^T X$ **(8 Puntos)**

$$X^T X = \begin{pmatrix} 1000 & 3000 & 1000 & 2000 \\ 3000 & 12000 & 3000 & 4000 \\ 1000 & 3000 & 2000 & 2000 \\ 2000 & 4000 & 2000 & 6000 \end{pmatrix}$$

b) ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio de error , ε_t, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los párametros β, por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**

El término de error debe cumplir los siguientes supuestos:

- Media cero, es decir $E(\varepsilon_t) = 0$
- Varianza constante (Homocedasticidad) ($Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$), y
- Linealmente independientes entre si (Autocorrelación) ($E(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ para todo $i \neq j$)

c) Explique ***brevemente*** las propiedades de un estimador MELI (BLUE) **(5 puntos)**

MELI significa Mejor Estimador Lineal Insesgado. Entonces las propiedades son:

1. El estimador es insesgado es decir $E(\beta hat) = \beta$.
2. El estimador tiene la mínima varianza posible cuando se le compara con los otros posibles estimadores lineales

d) ¿Qué otros supuestos debe cumplir el modelo de regresión para que los estimadores MCO sean MELI? **(5 puntos)**

Además de los supuestos respecto al error, necesitamos que:

1. Exista una relacion lineal entre y y las X´s
2. Las X´s son no estocasticas y linealmente independientes entre si.

e) La inversa de la matriz $X^T X$ es $\frac{1}{1000}\cdot\begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$. Calcule el vector de los estimadores MCO para β y explique el significado de cada uno de los valores estimados. **(10 Puntos)**

Noten que $X^T y$ **=** $\begin{pmatrix} 6000 \\ 13000 \\ 8000 \\ 16000 \end{pmatrix}$ **=** $1000\cdot\begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix}$, entonces

$$\beta\text{hat} = \frac{1}{1000}\cdot\begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}\cdot\left[1000\cdot\begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix}\right]$$

$$\beta\text{hat} = \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Explicación:

βhat_2 **=** -1**,** un aumento del uno porciento en la DTF produce un aumento de $1000 en el precio de la acción.

βhat_3 **=** 2, un aumento de 10 puntos porcentuales en el índice de las acciones del sector industrual incrementará en dos mil pesos el precio de la acción.

βhat_4 **=** 1, un aumento de 10 puntos porcentuales del IBB incrementará en mil pesos el precio de la acción.

βhat_1 **=** 5, el precio medio de la acción cuando no hay cambios en la DTF, y el índice de las acciones industriales y el IBB son cero será de cinco mil pesos.

f) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores MCO de β.
(7 Puntos)

Recuerden que

$$s^2 = \frac{y^T \cdot y - \beta hat^T \cdot X^T \cdot y}{n - k}$$

En este caso $y^T y = 49099.6$, entonces

$$s^2 = \frac{49099.6 - \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left[1000 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} \right]}{1000 - 4} = \frac{49099.6 - (49000)}{9996} = \frac{1}{10}$$

Y la matriz de varianzas y covarianzas delos estimadores MCO es

$$s^2 \cdot \left(X^T X\right)^{-1} = \frac{1}{10} \cdot \left[\frac{1}{1000} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \right] = 10^{-4} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

h) PREGUNTA OPCIONAL
¿Cómo probaría usted la siguiente hipótesis: ni el índice de las acciones del sector industrial, ni el IBB influyen en el precio de la acción? NO tiene que efectuar los cálculos. Simplemente, plantee la hipótesis y muestre como calcularía usted el estadístico relevante. Además describa como tomaría usted la decisión de rechazar o no la hipótesis nula. **(10 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

En este caso queremos probar la siguiente hipótesis nula: H_0: $\beta_2 = \beta_4 = 0$ versus la hip[otesis alterna no H_0. Esta H_0 se puede rescribir como H_0: $R\beta = C$, donde $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Entonces sabemos que el F calculado esta dado por

$$F_c = \frac{\frac{\left(\left(C - R\cdot \beta hat\right)\right)^T \cdot \left(R\left((X)^T \cdot X\right)^{-1} \cdot (R)^T\right) \cdot \left(C - R\cdot \beta hat\right)}{r}}{s^2}$$

Ustedes no necesitaban calcular este número. Sólo necesitaban mostrar la anterior fórmula y decir que este F calculado se compara con el F de la tabla con 2 grados de libertad en el númerador y 996 grados de libertad en el denominador. En caso que el F calculado es mayor que el F de la tabla se rechaza la hipótesis nula. En caso contrario no se puede rechazar la hipótesis nula.

W

Resultados de EasyReg.

```
Dependent variable:
Y = I

Characteristics:
I
  First observation = 1(=1970)
  Last observation  = 15(=1984)
  Number of usable observations: 15
  Minimum value: 7.6140000E+000
  Maximum value: 1.4282000E+001
  Sample mean:   1.0819067E+001

X variables:
X(1) = G
X(2) = R
X(3) = 1
X(4) = t (1970=1)

Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results
Parameters  Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                       [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)        0.12055     1.491        1.521
                      [0.13592]    [0.12821]
b(2)        0.20859     1.468        2.014
                      [0.14199]    [0.04397]
b(3)        0.86389     0.226        0.235
                      [0.82150]    [0.81426]
b(4)        0.05712     0.190        0.211
                      [0.84898]    [0.83297]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 15
Variance of the residuals = 0.294010
Standard error of the residuals = 0.542227
Residual sum of squares (RSS)= 3.234109
Total sum of squares (TSS) = 78.955299
R-square = 0.959039
Adjusted R-square = 0.947867

Overall F test: F(3,11) = 85.85
p-value = 0.00000
Significance levels:      10%      5%
Critical values:         2.66     3.59
Conclusions:            reject   reject
```

Resultados de EasyReg. (Cont.)

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional expectation of the model error U relative to the X variables and all lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then the OLS parameter estimators b(1),..,b(4), minus their true values, times the square root of the sample size n, are (asymptotically) jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

0.0980369	0.1364430	-4.6157094	-0.3576639
0.1364430	0.3026781	-6.8081350	-0.5548193
-4.6157094	-6.8081350	219.9247098	16.9076059
-0.3576639	-0.5548193	16.9076059	1.3494482

provided that the conditional variance of the model error U is constant (U is homoskedastic), or

0.0942033	0.1025878	-4.3557773	-0.3195976
0.1025878	0.1608401	-4.9296379	-0.3689965
-4.3557773	-4.9296379	202.8206029	14.7953286
-0.3195976	-0.3689965	14.7953286	1.1002346

if the conditional variance of the model error U is not constant (U is heteroskedastic).