Taller #1

Econometría 06216
Repaso

Profesor: Julio César Alonso C.
Monitor: Manuel Serna Cortés

Notas:
- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado físicamente el próximo 4 de agosto en los primeros 10 minutos de la clase. (no se recibirán talleres después de esa hora y fecha límite)

INSTRUCCIONES:
- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1. Resuelva los siguientes puntos con la información dada en cada literal. (escriba **todo** su proceso y aclare las propiedades o igualdades de las que hace uso para llegar a su resultado)

   a) Muestre que $Var[aX+bY]=a^2Var[X]+b^2Var[Y]+2abCov[X,Y]$

   b) Muestre que $Cov[X,Y]=E[XY]-E[X]E[Y]$

   c) Suponga que X, Y y Z son variables aleatorias. Encuentre $E[XZ], E[XY], \sigma_Y, Cov(X,Z)\ y\ Var(2X+3Y-4)$ a partir de los siguientes datos (muestre el procedimiento que utiliza para llegar a la respuesta y reporte resultados de forma fraccionaria)

   $\sigma_x^2=56$

   $\rho_{XZ}=19/50$

   $\rho_{XY}=0$

   $E(X)^2=26$

   $Y=[23\quad 45\quad 83\quad 12\quad 95\quad 56\quad 17\quad 72\quad 63\quad 33]$

   $Z=[1\quad 29\quad 5\quad 17\quad 21\quad 7\quad 26\quad 13\quad 12\quad 9]$

2. Diga si las igualdades presentadas a continuación son verdaderas o falsas. Justifique en todos los casos. (Escriba **todo** su proceso y aclare las propiedades o igualdades de las que hace uso para llegar a su resultado)

   a) Para resolver éste punto, tenga en cuenta que a,b,c y d son una variables no estocásticas, X es una variable estocástica y Z es el doble de la anterior variable estocástica
   $Cov(aX+b,cZ+d)=abVar(X)$

   b) Se cumple que:.
   $$Var\left[X^2\right]=\sum_{i=1}^{n}(X^2-E(X^2))^2$$
   si X es una variable que no sigue ninguna distribución de probabilidad.

3. Los miembros de la misión internacional de cierta universidad a la República Popular China fueron sorprendidos por una tormenta eléctrica y quedaron atrapados en el aeropuerto de Shangai, entonces en medio del aburrimiento general uno de los integrantes se inventó un juego en donde

además de lanzar dos dados, uno negro y otro blanco, sobre una superficie plana se incluyera la posibilidad de que continúe la tormenta eléctrica (según la institución meteorológica local existe una probabilidad de 1/5 de que continúe). Entonces se fijó la siguiente tabla de premios (una remuneración negativa significa que el jugador debe pagar, mientras que una remuneración positiva significa que el jugador recibe algo a cambio).

Si Cara Superior del dado negro es	Remuneración (miles de pesos)
1	4
2	2
3	11
4	7
5	14
6	21

Si Cara Superior del dado blanco	Remuneración (miles de pesos)
1	3
2	2
3	-8
4	-35
5	-10
6	-17

Si	Remuneración (miles de pesos)
Continúa la tormenta	12
No continúa la tormenta	8

Sean X, Y y Z los ingresos recibidos por el jugador por el resultado del dado negro, blanco y el estado del clima respectivamente.

A partir de la Información anterior responda las siguientes preguntas:

a. Calcule el valor esperado de X, Y y Z.

b. Sea $W=X+Y+Z$, calcule el valor esperado de W.

c. Calcule la Varianza de X

d. Sea $F=X+Y$, calcule $Cov[W,F]$

e. ¿Son F^2 y F (estadísticamente) independientes?

Dadas las siguientes matrices:

$$A=\begin{bmatrix}16 & 2 & 3 & 13\\ 5 & 11 & 10 & 8\\ 9 & 7 & 6 & 12\\ 4 & 14 & 15 & 1\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}15\\ 2\\ 23\\ 44\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}3 & 5 & 7 & 2\\ 5 & 10 & 3 & 7\\ 7 & 1 & 4 & 3\\ 2 & 9 & 3 & 3\end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix}4 & 10 & 18 & 6\\ 8 & 2 & 6 & 16\\ 12 & 8 & 24 & 18\\ 6 & 14 & 18 & 18\end{bmatrix}$$

4. Encuentre (muestre todo el procedimiento)
$AB,\ A^T B^T,\ (C^T C)B^T,\ (B^T B + A)$

5. Continuando con el ejercicio anterior encuentre
$B^{-1},\ D^{-1},\ 2D + A^T,\ AB + (C^T C)D, ran(BD)$

6. Continuando con el ejercicio 4
$D^{-1}B,\ A^{-1}D,\ \det(A^{-1}),\ ran(A),\quad (B^T D^T)^{-1}$