



PARCIAL I
ALGEBRA LINEAL GR 19
PROFESOR: OMAR JARAMILLO

I. (9 puntos) Decida el valor de verdad, falso o verdadero de cada una de las siguientes afirmaciones:

- (a) El vector $u = (-3, 2)$ es una combinación lineal de los vectores $v = (-4, 2)$ y $w = (5, -2)$. ()
- (b) Si A y B son matrices $n \times n$ simétricas, entonces AB es simétrica. ()
- (c) Si el sistema $Ax = b$ tiene única solución, el sistema homogéneo asociado $Ax = 0$ puede tener una solución no trivial. ()

II. VECTORES

- (a) (5 puntos) Dados los vectores $u = (a, -2, 3)$ y $v = (0, b, 4)$, determine los posibles valores de a y b para que los vectores sean ortogonales y $\|u\| = \|v\|$.
- (b) (5 puntos) Un barco se mueve en la dirección $u = (-200, -30)$ al ser empujado por dos remolcadores, si uno lo empuja con una fuerza de 300 libras, a lo largo del eje y negativo. En el plano indique la dirección aproximada en que debe empujar el otro remolcador y que fuerza tendría.

III. SISTEMAS

- (a) (4 puntos) Un ebanista fabrica sillas, mesas para café y mesas para comedor. Se necesitan 8 minutos para lijar una silla, 4 para pintarla y 11 para barnizarla. Se requieren 10 minutos para lijar una mesa para café, 13 para pintarla y 9 para barnizarla. Son necesarias 14 minutos para ligar una mesa de comedor, 9 para pintarla y 16 para barnizarla. El centro de lijado está disponible 13 horas a la semana, el de pintura 12 horas a la semana y el de barnizado 11 horas. Plantee un sistema lineal que le permita decir cuántas unidades de cada mueble deben producirse por semana de modo que los centros de trabajo se utilicen a toda su capacidad. **(solo plantee el sistema, no lo resuelva)**

- (b) (8 puntos) Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} x + 2y + 4z - 5w = 1 \\ 2x + 4y + 5z - w = 8 \\ -x - 2y - 7z + 18w = 5 \end{cases}$$

Encuentre la solución del sistema y la solución de su sistema homogéneo asociado.

- (c) (7 puntos) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, de existir, calcular A^{-1} .

IV. (6 puntos) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 6 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, calcular por cofactores el determinante de A . Además encontrar $\det(A^{-1})$.

V. (8 puntos) Demuestre **solo dos** de los siguientes enunciados.

(a) Si A es una matriz $n \times n$ simétrica y no singular, entonces A^{-1} es simétrica.

(b) Dada A una matriz $n \times n$ no singular, entonces $(adj A)^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A$

(c) Demuestre la ley del paralelogramo

$$\|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$$