

SUPLETORIO AL EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES (enero 2011)
(NO SE PERMITE TENER APARATOS ELECTRÓNICOS DURANTE EL EXAMEN)

NOMBRE DEL ALUMNO: _____ CODIGO: _____

NOMBRE DEL PROFESOR: _____ GRUPO: _____

Los cálculos requeridos para responder las preguntas deben aparecer en sus hojas de respuestas, claramente señalados y separando los de una pregunta de los de otra. **Resultados sin este respaldo no serán tenidos en cuenta.**

1 (15%) Resuelva cada punto de la columna izquierda. La respuesta, en su forma simplificada, aparece en la columna derecha; escriba la letra correspondiente junto al signo =.

1.1 $\frac{-5}{7} \left(\frac{3}{5} + \frac{-2}{15} \right) =$ M 24

1.2 $\frac{\left(\frac{2}{3} \div 7 \right) - \frac{1}{3}}{-\frac{4}{3} \left(-\frac{1}{2} \right) + 1} =$ N $-\frac{7}{2}$

1.3 $\frac{4(2^{-1})^{-2} - 8^{\frac{1}{3}}}{3^{-1} + 4^{-1}} =$ O -3

1.4 $-6 \left| -1 + \frac{2}{3} \right| - 3 \left| \frac{3}{2} - 1 \right| =$ P $-\frac{1}{7}$

1.5 Para $x=8$, el valor de $-4x^{-\frac{2}{3}} + 3x^{-\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} - 2^0 =$ Q $\frac{7}{2}$

1.5 Para $x=8$, el valor de $-4x^{-\frac{2}{3}} + 3x^{-\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} - 2^0 =$ R 6

S $-\frac{1}{3}$

2 (20%) En cada uno de los puntos siguientes, simplifique la expresión de la izquierda hasta obtener la expresión equivalente escrita después de la flecha. **Escriba el proceso de simplificación en las hojas de respuestas.** La calificación depende de la corrección del proceso seguido.

2.1 $\frac{1-3a^{-1}}{1-2a^{-1}-3a^{-2}} \longrightarrow \frac{a}{a+1}$

2.2 $\frac{1+\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{xy}} \cdot \frac{1-\sqrt{y}}{1-y} \cdot \frac{x-xy}{\sqrt{x}-\sqrt{xy}} \longrightarrow 1$

2.3 $(-1+i\sqrt{3})^3 \longrightarrow 8$. Explique por qué esto indica que $-1+i\sqrt{3}$ es raíz cúbica de 8.

2.3 Resuelva la desigualdad $5 + |2x-8| > 15$

3.1 (10%) Complete para obtener una afirmación verdadera

La ecuación $(x+1)^2 + y^2 - 6y + 9 = 9$ representa una circunferencia cuyo centro está en el punto _____ y tiene un radio $r =$ _____. Además, cualquier punto de la recta que pasa por el centro y por el punto $P(-1, 0)$ tiene abscisa $x =$ _____ y por tanto la ecuación de tal recta es _____

3.2 (5%) Se pide a un estudiante resolver la ecuación $\log(x+2) + \log(x-1) = 1$.

El estudiante resuelve la ecuación como se ve en la columna de la izquierda. **Estudie críticamente la solución propuesta** y, si está de acuerdo con ella, sencillamente firme frente a la expresión <<De acuerdo>>. Si no está de acuerdo, **y solamente en tal caso**, escriba en el espacio indicado la solución que usted propone como correcta.

$$\log(x+2) + \log(x-1) = 1$$

$$\log(x+2)(x-1) = 1$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ o } x = 1$$

Entonces, las soluciones son $x = -2$ y $x = 1$

<< De acuerdo >>: _____

MI SOLUCIÓN:

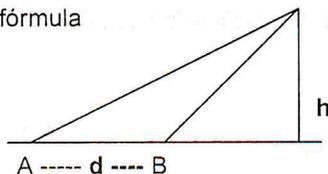
4 (20%) a. Determine el dominio de la función $f(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{\sqrt{4-x^2}}$ y las coordenadas de los puntos de corte de su gráfica con los ejes coordenados.

b. Resuelva la desigualdad siguiente, exprese la solución en forma de intervalo o unión de intervalos e ilustre la solución en la recta real $\frac{x}{x+2} \leq \frac{1}{x}$.

5 (15%) Determine el valor de k para que 2 sea una raíz del polinomio $2x^3 + kx^2 - 13x + 6$. ¿Cuáles son las otras raíces?

Desde dos puntos A y B de una superficie horizontal plana y separados por una distancia igual a d metros, los ángulos de elevación a la cima de una colina son α y β , respectivamente. Demuestre que la altura h de la colina está dada por la fórmula

$$h = d \frac{\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}$$



6 (15%) a. Calcule el valor de $\operatorname{sen}^2 \theta - \tan \theta \sec \theta$, sabiendo que $\cos \theta = 3/5$ y que $\tan \theta$ es negativa.

b. Pruebe que la siguiente ecuación es una identidad: $\frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} - \frac{\cos 2x}{\cos x} = \sec x$

c. Determine todas las soluciones de la ecuación $\operatorname{sen} 2x - \cos x = 0$, en el intervalo $[0, 2\pi]$.