SITUACIÓN DIDÁCTICA COMO ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA DE POLINOMIOS A TRAVÉS DE LA IMPLEMENTACION DE LA CAJA DE POLINOMIOS

JOSE JAIR BOLAÑOS PARDO

Trabajo de grado para optar por el título de Maestría en Educación

Asesor de Tesis

JOSE DARWIN LENIS MEJIA

UNIVERSIDAD ICESI

ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

2018

SANTIAGO DE CALI, 2018

NOTA DE ACEPTACIÓN

____

____

____

____

____

Firma del Jurado

____

Firma del Jurado

Santiago de Cali, Octubre de 2018

Agradecimientos

Expreso mi más profundo agradecimiento por el apoyo brindado:

A mi familia por su apoyo incondicional para culminar este proyecto.

A la Universidad ICESI y a sus maestros por aportar a la transformación de mi práctica docente.

Al tutor José Darwin Lenis Mejía por su gran apoyo y paciencia, quien desde sus conocimientos y experiencias acompaño asertivamente en el trabajo de profundización.

A los estudiantes del grado 8-1 de la Institución Educativa Simón Bolívar sede principal jornada de la mañana, ubicada en el municipio de Jamundí, quienes siempre mostraron su disposición a colaborar en las actividades propuestas.

Tabla de Contenido

Lista de tablas

Lista de figuras

Lista de anexos

Resumen

Este trabajo de profundización es una propuesta de enseñanza que describe cómo la situación didáctica a través de la implementación de la caja polinomios desarrolla la competencia resolver problemas matemáticos y mejora el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios en estudiantes de 8º grado de la Institución Educativa Simón Bolívar en el municipio de Jamundí en el año 2018. El propósito de este trabajo es mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios mediante la aplicación de un material concreto como la caja de polinomios; con el fin de subsanar las dificultades encontradas al abordar este aprendizaje durante la transición que se da del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico. Esta estrategia didáctica se sitúa en la teoría en del aprendizaje significativo propuesta por David Ausubel.

Además, esta propuesta contiene el planteamiento del problema, el marco referencial, teórico, el diseño metodológico utilizando instrumentos como fotografías encuestas, pruebas diagnósticas, en el proceso y final para evaluar los resultados, el análisis de la experiencia, las conclusiones, anexos que hacen parte de la propuesta.

Después de implementada la situación didáctica se puede concluir que los estudiantes iniciaron con una estructura multiplicativa que fue evolucionando a medida que se fue implementando la situación didáctica, se evidenció un avance significativo hacia la motivación e interés aspecto importante en el aprendizaje del algebra. Por las limitaciones de este estudio, se recomienda continuar con otros trabajos asociados para superar las dificultades encontradas.

Palabras claves: *Estructura multiplicativa de polinomios, estrategia didáctica, enseñanza, aprendizaje.*

Abstract

This deepening work is a teaching proposal that describes how the didactic situation through the implementation of the polynomial box develops the competence to solve mathematical problems and improves the learning of the multiplicative structure of polynomials in the students of the 8 Th grade Educational Institution Simón Bolívar in the municipality of Jamundí in the year 2018. The purpose of this work is to improve the learning of the multiplicative structure of polynomials through the application of a concrete material such as the box of polynomials, this in order to correct the difficulties encountered in approaching this learning during the transition that occurs in the arithmetic language to the algebraic language. This didactic strategy is based on the theory of meaningful learning proposed by David Ausubel.

In addition, this proposal contains the problem statement, the referential, theoretical framework, the methodological design using tools such as photographs, surveys, diagnostic tests, in the process and final to evaluate the results, the analysis of the experience, the conclusions, annexes that make part of the proposal.

After the didactic situation has been implemented, it can be concluded that the students started with a multiplicative structure that evolved as the didactic situation was implemented. A significant advance towards motivation and interest was seen as an important aspect in the learning of algebra. Due to the limitations of this study, it is recommended to continue with other associated works to overcome the difficulties encountered.

Keywords: Multiplicative structure of polynomials, didactic strategy, teaching, learning.

Introducción

La sociedad del siglo XXI en la cual vivimos, es de cambios acelerados en el campo de la ciencia y tecnología: los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan continuamente; entonces el aprendizaje como la enseñanza de la Matemática deben estar orientados a desarrollar destrezas necesarias para que los estudiantes sean capaces de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento matemático, lógico y reflexivo.

El saber matemático, es importante y extremadamente necesario, los estudiantes deben actuar con fluidez y desenvolverse de manera eficaz en un mundo “matematizado”. La gran mayoría de las actividades cotidianas requieren de las matemáticas, del conjunto de instrumentos que les permite explorar la realidad, representarla, comunicarla y predecirla para saber cómo actuar en ella y tomar decisiones. Cada día el pensamiento matemático crece y las exigencias en el mundo personal, profesional, laboral son cada vez más demandadas. En por esta razón que, la resolución de problemas resulta ser la estrategia para abordar en este milenio el aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, la tarea de los docentes consiste en acercar a los estudiantes a esas matemáticas de la vida diaria tan necesarias para explicar las diferentes situaciones problemas a las que se enfrenta un ciudadano y de esta manera dar respuestas eficaces en el entorno en el cual se desenvuelve. Es por este motivo, que los docentes deben buscar estrategias metodológicas fundamentadas en mejorar los procesos de aprendizaje. Este trabajo de profundización pretendió implementar la caja de polinomios como una estrategia didáctica para la solución de problemas relacionados con la estructura multiplicativa de polinomios como una herramienta que posibilite el proceso de enseñanza y aprendizaje y de esta manera acercar el conocimiento matemático a la vida cotidiana haciéndolo más significativo para los estudiantes, así de esta forma, disminuir las confusiones que se generan en el tránsito de la aritmética al algebra.

1. Planteamiento del problema

1.1 Identificación del problema

Teniendo en cuenta que en los últimos años en nuestro país, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha realizado esfuerzos con el fin de ofrecer a la sociedad una educación de calidad que permita subsanar las dificultades presentadas en el contexto nacional. Para ello, ha venido implementado pruebas estandarizadas externas como son TIMSS, (PISA) y las pruebas internas SABER en los grados (11, 9, 5, 3). Estos resultados evidencian el bajo nivel en las competencias matemáticas que poseen los estudiantes.

En Colombia se han venido implementando políticas, las cuales no han impactado en la población educativa; debido a la desarticulación de los conceptos matemáticos con la vida cotidiana de los estudiantes; Por esta razón, las matemáticas son vistas como algo abstracto carente de sentido y alejado de la realidad.

Otras dificultades en el estudio de las matemáticas están relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes, entre ellas se puede mencionar la apatía, el desinterés esto se debe a la falta de significación. Sumado, a la ausencia de hábitos de estudio, de un razonamiento lógico; que ocasiona incomprensión de los conceptos matemáticos.

Además los procesos de enseñanza y las prácticas pedagógicas están centradas en el docente basadas en la transmisión, repetición, mecanización y memorización de los procedimientos, desconociendo los estadios de desarrollo de los estudiantes, no secuencialidad de los contenidos, carencia de razonamiento lógico, que ha incidido particularmente en el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios se encontró que poco desarrollo de las competencias matemáticas

Uno de los problemas que he identificado en mi trayectoria profesional con respecto a la metodología de la enseñanza de las operaciones básicas con polinomios en grado octavo están asociadas a la forma como estos conceptos son enseñados de manera abstracta y con poca representación con objetos o situaciones cotidianas o con materiales concretos, donde el estudiante pueda manipular a través de los órganos de los sentidos y pueda representar operaciones especialmente la adición y la multiplicación de polinomios.

Frente a estas dificultades es necesario que el docente indague en aspectos que permitan mejorar los procesos de enseñanza- aprendizaje mediante el diseño de estrategias, materiales didácticos o la implementación de material existente que sea aplicable en el aula, que contribuya a mejorar estas falencias.

Estas problemáticas son motivo de interés que con lleva a buscar estrategias centradas en el estudiante para despertar el interés por las matemáticas, y así alcanzar un aprendizaje significativo, contextualizado, encontrándole el sentido y la importancia que tiene la matemática como un lenguaje que explica el universo de las cosas existentes. Por esta razón es necesario plantear el siguiente interrogante ¿Cómo mejorar el aprendizaje de las competencias matemáticas en la solución de problemas multiplicativos de polinomios utilizando como estrategia didáctica la implementación de la caja de polinomios en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Simón Bolívar del municipio de Jamundí año 2018?

En este sentido Ausubel en su" Teoría del aprendizaje significativo" (1978) menciona que una de las condiciones para que exista un aprendizaje significativos en los estudiantes es la utilización de material potencialmente significativo. Es decir hacer uso de material existente para el trabajo en el aula siguiendo al autor, es necesario que se inicie en la Institución Educativa Simón Bolívar de Jamundí, un proceso enseñanza de las matemáticas fundamentado en una teoría de "aprendizaje significativo". Que permita cambiar las prácticas de aula; este trabajo de profundización beneficiará a los docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa, porque tendrán la oportunidad de emplear una estrategia didáctica altamente significativa, alejada de la abstracción y la falta de significado en la estructura multiplicativa de polinomios.

1.2 Pregunta Problema

¿Cómo la situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios desarrolla la competencia matemática solución de problemas y mejora el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios en estudiantes de grado octavo año 2018?

1.2.1. Hipótesis

La hipótesis planteada, es verificar si hubo una mejor comprensión en los estudiantes al resolver problemas multiplicativos de polinomios; con la aplicación de una situación didáctica mediada por implementación de la caja de polinomios como estrategia que contribuyó a desarrollar un mejor aprendizaje en el campo del pensamiento numérico-variacional.

1.3 Objetivo General

Describir como la situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios desarrolla la competencia solución de problemas y mejora el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios en el grado octavo de la Institución Educativa Simón Bolívar año 2018

1.3.1. Objetivos específicos

1.3.1.1. Diseñar una situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios que contribuya a desarrollar la competencia solución de problemas y a mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios.

1.3.1.2. Aplicar una situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios que contribuya a desarrollar la competencia solución de problemas y a mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios.

1.3.1.3. Valorar si la situación didáctica a través de implementación de la caja de polinomios contribuye a desarrollar la competencia solución de problemas y a mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios.

1.4. Justificación

Para responder a las demandas que la sociedad actual le exige al sector educativo; es necesario generar cambios en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Con miras, a alcanzar un desarrollo intelectual e integral; que mejore la calidad de la educación. Ahora bien, en el campo de las matemáticas, el panorama no es diferente, los bajos resultados obtenidos en las pruebas saber de los diferentes grados; demuestran la poca competencia matemática que poseen los estudiantes colombianos en comparación con otros.

Siendo las matemáticas un estudio importante para la vida; relacionada con los ambientes cultural, social, político, tecnológico, económico y dada su aplicación en todos los contextos para resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana, es necesario, incluir el aprendizaje de la matemática en los procesos de formación dada su utilidad. Sin embargo, en la etapa escolar las matemáticas son vistas como una materia aburrida, esto genera el rechazo de los estudiantes; haciendo difícil su comprensión y el desarrollo de competencias.

Esta situación, se vuelve más compleja cuando el estudiante da un salto de la aritmética a las expresiones algebraicas o llamado también proceso de transición. Es importante, que el estudiante se apropie de las herramientas del álgebra; para usarlas en la solución de problemas de la misma matemática, de otras disciplinas y de la vida cotidiana. Como lo plantea la NCTM (2000) la resolución de problemas, es una parte esencial de todo el aprendizaje de las matemáticas; por lo tanto no se puede abordar de manera aislada.

Para alcanzar, las exigencias que el currículo y las demandas internacionales están exigiendo a la educación en los procesos de globalización que el país viene realizando. Se requiere de docentes capaces de motivar el interés del estudiante, encontrar la utilidad y el sentido real de para que aprender expresiones algebraicas; dejando a un lado, el aprendizaje de métodos algorítmicos, que ha llevado a obstaculizar el aprendizaje del álgebra; pues se ha venido dando de manera abstracta, desligada de la realidad.

Asimismo, la comisión NCTM para el estudio del álgebra; propone que los sistemas educativos deben permitirle a los estudiantes generar modelos, patrones, relaciones y funciones matemáticas, además, de un correcto uso del simbolismo algebraico. Este estudio pretende convertir el álgebra como punto de relación entre la geometría y el análisis de datos (2000 p.10)

Es aquí, donde el trabajo de profundización adquiere relevancia para su estudio. Pues va a explorar el desarrollo de habilidades en el pensamiento numérico - variacional asociado a áreas y perímetros. Como ya se mencionó su aprendizaje es complejo y requiere que el docente, busque otras estrategias diferentes al tablero, la tiza o marcador para mejorar su comprensión conceptual.

Por consiguiente, el trabajo de profundización asume como propósito mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje a partir de la implementación de la caja de polinomios. Un material didáctico concreto, potente y significativo; con el cual se busca mejorar el pensamiento matemático.

Esta estrategia pedagógica, además, pretende que la enseñanza matemática deje de ser rutinaria y despierte el interés de los estudiantes con el fin de mejorar los procesos de razonamiento lógico, las habilidades mentales como la abstracción, el análisis, la observación, las representaciones y la solución de problemas. Propiciando la asimilación y comprensión de las estructuras multiplicativas de polinomios.

1.5 Viabilidad

El trabajo de profundización, se realizó en la Institución Educativa Simón Bolívar en el municipio de Jamundí (Valle) con estudiantes de grado octavo que tienen una edad entre los 13 y 15 años, es un grupo heterogéneo, que pertenecen a los estratos 1 y 2; muchos de ellos vienen de diferentes regiones victimas del desplazamiento, que buscan mejores condiciones de vida y se quedan en Jamundí por su cercanía a Cali.

Este trabajo de profundización, es viable porque busca mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Esta es una problemática generalizada, que tienen todas las Instituciones públicas del país. El trabajo se inicia con 41 estudiantes de grado 8-1 de la jornada de la mañana, el tiempo destinado es aproximadamente de 3 meses con una intensidad horaria de 4 horas semanales, para un total de 48 horas empleadas en la implementación de la situación didáctica.

Además, la estrategia pedagógica empleada es una situación didáctica, que se centra en el objeto de estudio de la estructura multiplicativa de polinomios, mediada por la implementación de la caja de polinomios. Con ello, se busca fortalecer el aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza del algebra con una perspectiva geométrica para hallar áreas, perímetros y volúmenes en figuras planas.

2. Marcos de referencia

2.1 Marco teórico

Este trabajo de profundización, se enmarca dentro de las bases del desarrollo cognitivo, didáctico y matemático. Entre las principales categorías que lo estructuran se exponen las situaciones didácticas, las políticas educativas en Colombia y las didácticas de las matemáticas.

A continuación, se exponen las ideas principales que sustentan los planteamientos teóricos anteriormente expuestos.

2.1.1 Desarrollo cognitivo de Piaget.

Piaget inicia las bases del constructivismo al interesarse en ¿cómo se pasa de un estado de desarrollo inicial a otro estado de desarrollo superior en la escuela? Él expone dos postulados que todavía siguen aún vigentes, los estudiantes aprenden en la medida que crecen. Es decir, con la edad aumenta la madurez intelectual. Esto sumado, a la cantidad y calidad de interacciones a las que el estudiante es expuesto en su etapa escolar; son las condiciones necesarias para alcanzar niveles superiores de inteligencia como son el razonamiento abstracto, el lenguaje, la comunicación, la resolución de problemas. O sea, con la edad se aumenta la madurez intelectual y los estudiantes pueden realizar procesos de pensamiento más complejos.

Para Piaget, los niños avanzan en su desarrollo a través distingue tres estadios de desarrollo, a las cuales llamó sensoriomotora (0-2 años) pre operacional (2 a 7 años) operaciones concretas, (7 a 11 años) operaciones formales (11 años en adelante). Para el trabajo de profundización a realizar se ubica dentro del desarrollo de las operaciones formales donde el estudiante alcanza el grado de madurez intelectual para aplicar:

La destreza para relacionar la información percibida a través de la experiencia con otros dominios del conocimiento.

- Usar enunciados verbales y proposiciones de manera lógica desligándose de objetos concretos.
- Habilidad para emplear combinaciones de las variables en un problema.
- Resolver problemas a partir de reglas generales.
- Deducir conclusiones inductivas.

Es importante, como docente conocer que todos los estudiantes pasan por las etapas de desarrollo; es decir, deben pasar por las operaciones concretas para llegar a las operaciones formales; sin embargo no todos lo hacen al mismo ritmo, este es un aspecto muy importante que el docente debe considerar a la hora de planificar los procesos de enseñanza- aprendizaje.

Esta información es útil en el trabajo de profundización, porque enmarca el momento en que el docente debe iniciar la transición de la aritmética al algebra. Es importante, tener en cuenta que en las prácticas de aula esta teoría de las etapas de desarrollo, no siempre funciona de la misma manera y cuando las circunstancias e interacciones no son las apropiadas, estas etapas no funcionan con toda su capacidad y se baja a niveles inferiores de comprensión.

Es de conocimiento general que para muchos estudiantes como lo explica Palarea (1998) la asignatura del álgebra resulta difícil, irrelevante, sin sentido y poco útil en la vida cotidiana. Algunos de ellos manifiestan rechazo que se extiende a todos los pensamientos matemáticos.

Es en este sentido que las dificultades en el área de matemáticas se complejizan cuando por afán los docentes introducen las ideas algebraicas muy rápidamente y pretenden que los estudiantes avancen a un ritmo acelerado sin las estrategias apropiadas, generando vacíos que persisten hasta la edad adulta. Desde la teoría de Piaget este fenómeno se puede explicar por la falta de madurez en el pensamiento concreto que dificulta pasar al pensamiento formal que no está lo suficientemente avanzado. Con esto quiero decir, que el pensamiento operacional concreto debe estar bien estructurado si se quiere mejorar los procesos de aprendizaje de las estructuras algebraicas en los estudiantes. Sin embargo con el estudio del algebra se logra en los estudiantes una forma de pensar, que posibilita a partir del pensamiento deductivo llegar a modelos que se presentan en la vida diaria. Es por esto que los estudiantes deben aprender el álgebra como un conjunto integrado de las competencias matemáticas haciendo énfasis en la representación cuantitativa como una forma del pensamiento numérico variacional.

Otro aspecto importante de la teoría de Piaget está asociada con el procesamiento de la información. Según los planteamientos de su teoría, el aprendizaje se alcanza a medida que aumenta la edad escolar; los esquemas mentales avanzan hacia sistemas complejos. Para ello Piaget propone dos principios de desarrollo los cuales son la organización, la adaptación y el equilibrio. La organización explica como el individuo incorpora esquemas simples a estructuras más complejas y la adaptación consiste en ajustar las estructuras mentales a los comportamientos y expectativas del contexto. Estos procesos de adaptación se dan cuando al modificar los esquemas mentales suceden dos procesos que son la asimilación y la acomodación. Se entiende por asimilación cuando el individuo moldea la nueva información para incorporarla a los esquemas mentales ya existentes, y la acomodación es la manera como la nueva información se incorpora transformando el conocimiento ya existente y es empleada en la solución de problemas. El equilibrio interno sucede cuando el estudiante logra estructurar la nueva información y la adecua a la construcción del fenómeno estudiado.

Un aspecto importante que Piaget no consideró en sus planteamientos es la necesidad de aprender a partir de la socialización. Postulado que fue ampliamente defendido por Vygotsky.

Para **Vygotsky** el entorno social es un elemento fundamental en la cognición, pues es a través de las interrelaciones que se dan a nivel cultural que un individuo incorpora y modifica las estructuras cognitivas ya existentes.

En este sentido es importante que el docente proponga estrategias encaminadas a desarrollar esas estructuras para alcanzar la zona de desarrollo próximo el cual la define como la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema solo o con la ayuda de alguien. Esta zona en la actualidad se conoce como el medio social en el que se encuentra el individuo y es a partir de las diferentes interrelaciones que el medio le ofrece como él desarrolla habilidades de pensamiento complejo como son el lenguaje, el razonamiento abstracto, la creatividad y la capacidad de resolver problemas de manera individual o con la ayuda de otra persona.

Estas dos teorías son la base que sustenta la propuesta didáctica porque explican claramente como el individuo aprende; además del aprendizaje significativo propuesto por Ausubel, la teoría de las situaciones didácticas propuestas por Brousseau entre otros autores cuyos planteamientos teóricos sirvieron para construir la situación didáctica propuesta en el trabajo de profundización.

2.1.2. Aprendizaje Significativo

Es una teoría cognitiva que explica cuáles son las condiciones necesarias para que ocurra un aprendizaje significativo de lo que es enseñado. Fue propuesta por **David Ausubel** quien afirma lo siguiente:

La primera condición más importante que influye en el aprendizaje, es lo que el estudiante ya sabe. Es decir que un aprendizaje es significativo, cuando la nueva información adquiere significado a través de la confrontación de los aspectos más importantes con las ideas previas con las que cuenta el estudiante; las cuales son modificadas durante este proceso (1986). Para ello, se requiere que el material que se use sea potencialmente significativo para los estudiantes, que no solo despierte el interés, sino que tenga significado para él y esté relacionado con la estructura cognitiva que ya posee.

La segunda condición importante es la intencionalidad así como lo menciona Moreira "*aprendemos significativamente si queremos. En el aula, el estudiante aprende con significado si quiere"* (2012 p. 11). Es decir, cuando el sujeto tiene o muestra interés por aprender, el aprendizaje será efectivo y duradero; el estudiante advierte la utilidad y el sentido de lo que aprende, movilizando y corroborando los esquemas mentales que posee e incorporando la nueva información. El desarrollo cognitivo para Ausubel, es un proceso dinámico en el que los nuevos y antiguos conocimientos están interactuando dando como resultado estructuras cognitivas más complejas donde los conceptos, proporciones se organizan de manera categórica.

2.1.3. Estrategias didácticas

Actualmente, el campo de la pedagogía como el saber del docente; se ha venido enriqueciendo con los diferentes aportes realizados en este campo. Es en este sentido, que repensar las prácticas de aula para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje; es un deber-ser del docente inmerso en los procesos pedagógicos. Por tal motivo, a continuación se hace una descripción detallada de las estrategias de enseñanza que el docente debe emplear en su práctica de aula para desarrollar el aprendizaje de competencias en el estudiante y de esta manera contribuir a mejorar la calidad de la educación y aportar para formar ciudadanos más integrales que puedan desenvolverse en mundo cada vez más globalizado.

2.1.3.1. Estrategias de enseñanza

Las matemáticas han sido rechazadas por las dificultades asociadas a su estudio. Por esta razón, es importante que docente él se apropie de estrategias pertinentes para efectuar su quehacer pedagógico. Estas estrategia, son un proceso de "ayuda" y "acompañamiento", entre el docente y el estudiante que permite una construcción colectiva de saberes e intercambios a partir de las consignas dadas; las cuales se van ajustando en función de cómo se da el avance de la actividad constructiva de los estudiantes. De hecho, la enseñanza tiene como principal objetivo apoyar o andamiar el logro de aprendizajes significativos; por lo tanto, es importante que el docente asuma la enseñanza como un proceso de indagación, creación, diseño y reflexión para mejorar el aprendizaje.

En este sentido, las estrategias de enseñanza son "procedimientos que el docente utiliza en forma flexible y reflexiva para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos "Mayer 1984, Shuelll1988. West, Famer y Wolff 1991" citados en Díaz F. (2001). Es necesario que en cualquier disciplina estas estrategias sean los medios o recursos que el docente en su experiencia sabe, como pueden emplearse y potencializarse para brindarle la ayuda pedagógica que el estudiante requiere para alcanzar un aprendizaje de calidad. Dichas estrategias en el campo de las matemáticas son muy útiles para disminuir las dificultades que causan su incomprensión, estas se complementan de manera eficiente con el trabajo colaborativo y estrategias motivacionales, con el objetivo de hacer de las matemáticas un gusto por aprender.

Tal como lo afirma Díaz F (2001) las estrategias como proceso deben cumplir cinco aspectos principales como una sección o una secuencia instruccional las cuales son:

- Debe considerar las características generales de los aprendices (nivel cognitivo, conocimientos previos, factores motivacionales)
- Dominio del conocimiento general y del contenido curricular que se va a abordar.
- La intencionalidad, meta que se pretende lograr, las actividades cognitivas y pedagógicas que el estudiantes debe realizar para conseguirlas.
- Vigilancia constante del proceso de enseñanza (estrategias previas) así como del progreso y aprendizaje de los alumnos
- Determinación del contexto intersubjetivo es decir analizar el discurso como construcción de significados, a partir de los diálogos que se dan en el aula de clase, en el que se producen nuevos saberes y nuevas relaciones de sentido, así como el curriculum diseñado y la metodología para generar situaciones de aprendizaje.

Los factores antes mencionados, tienen como función principal potenciar el proceso de enseñanza; al explicar que estrategias utilizar y el modo de usarlas determinando el efecto y el impacto que tienen para alcanzar los logros propuestos. Estas estrategias de enseñanza pueden ser relevantes para el docente; entre las principales estrategias de enseñanza usadas están:

1. *Objetivos:*

Son enunciados que establecen condiciones necesarias para aprender, que tipo de actividades deben realizarse y la forma de evaluar a los educandos. Los objetivos dan a conocer cuál es la finalidad y el alcance del material que se ha proporcionado y como debe usarse. El estudiante sabe que se espera que el haga al terminar la sesión, episodio o ciclo escolar. Los objetivos ayudan a contextualizar el aprendizaje y darle sentido.

2. El foco introductorio y la discusión guiada

Permiten activar las ideas previas y detectar obstáculos para crear un marco de referencia común.

3. *Organizadores previos*:

Son materiales introductorios que tienen como fin manipular, servir de puente cognitivo entre el conocimiento nuevo y el conocimiento previo, además permite detectar obstáculos en el proceso de aprendizaje. Y causa que la información se haga más accesible, global y contextual.

4. Ilustraciones:

Son representaciones visuales de conceptos, situaciones, fenómenos, hechos, cuyo objetivo es servir de andamiaje que permita una lectura contextualizada y significativa para movilizar saberes.

5. Organizadores gráficos:

Son representaciones visuales de conceptos, variables, explicaciones, patrones de información (cuadros sinópticos, comparativos).

6. Analogías:

Son oraciones que permiten relacionar una cosa, hecho, que es concreto y familiar con otro que es desconocido, haciendo que esa información abstracta tome significado en otros ámbitos.

7. Preguntas intercaladas:

Se usan en una situación para mantener la atención, favorecer la retención y obtener información relevante en el discurso oral y escrito, además buscan mejorar el aprendizaje del alumno focalizando su atención en aspectos específicos de la intencionalidad y que vayan más allá, también son usadas para constatar, repasar o construir de un aprendizaje significativo.

8. Señalizaciones:

Se hacen a un texto o a una situación de enseñanza permiten enfatizar en una información relevante que va a ser aprendida, además sirven para orientar y guiar las acciones de los estudiantes y les permite hacer una codificación selectiva de los hechos, fenómenos, hipótesis, logrando así la identificación principal del aprendizaje a comprender.

9. Resúmenes

Son la síntesis y abstracción de la información relevante del discurso oral y escrito tiene como fin enfatizar en conceptos claves, principios y argumento central, cuyo propósito es hacer que el estudiante recuerde y comprenda la información más importante del contenido por aprender.

10. Mapas conceptuales:

Son representaciones gráficas o esquemas de conocimiento que representan un conjunto de significados incluidos en una estructura de categorías que (indican conceptos, proposiciones y explicaciones), las cuales pueden ser de carácter implícito o explicito que busca representar relaciones significativas.

11. Organizadores textuales:

Organización retórica de un discurso que influye en la comprensión y el recuerdo.

Asimismo, las estrategias de acuerdo al momento y la representación se pueden clasificar en:

2.1.3.1.1 Estrategias para activar o generar conocimientos previos.

Tienen como principal objetivo preparar y alertar al alumno con relación al ¿***Qué aprender***? Y ¿***Cómo va a aprender***?, estas estrategias buscan motivar al alumno frente al problema y permite explorar, activar los saberes previos, es decir ubica el aprendizaje en el contexto, clarifica las intencionalidades educativas del docente.

Los conocimientos previos son importantes para el aprendizaje. Sirven en un doble sentido: Para conocer lo que saben los alumnos como creencias, concepciones y para utilizar tal conocimiento para promover nuevos aprendizajes. Así mismo, dichas estrategias se conocen como estrategias preinstruccionales, ya que es una preparación anterior del alumno, para luego comenzar ya con la temática. Un ejemplo de estas actividades son las focales introductorias, que permiten crear una situación motivacional de inicio, estas actividades son más efectivas y sorprendentes, entre más incongruentes y discrepantes estén con los conocimientos previos de los alumnos. Entre otras actividades para activar los conocimientos previos están las discusiones guiadas, la actividad generadora de información (lluvias de ideas), los objetivos.

Las discusiones guiadas, requieren de cierta planificación en donde profesor y alumno interactúan mediante una discusión de un tema determinado. Es necesario tener claro lo objetivos claros, introducir el tema central solicitando que los estudiantes se preparen o participen respecto a lo que saben del tema, el docente tiene la función principal de elaborar preguntas abiertas las cuales deben prepararse previamente y servir de moderador para la discusión, maneja la discusión como dialogo informal manteniendo un clima de respeto, modera el uso de la palabra mediante el control del tiempo. Luego se cierra la discusión con un resumen y se socializan las conclusiones finales con los estudiantes.

La actividad generadora de información previa puede ser la lluvia de ideas, permiten activar, reflexionar y compartir los conocimientos previos relacionados con una temática determinada. Los docentes hacen una introducción y piden a los alumnos que participen sobre dicha temática, anotando tosas las ideas que conozcan sobre dicho tema discutan la información y seleccione la información más pertinente y extraiga las ideas erróneas, se busca que la información recolectada se vaya vinculando con la nueva información a aprender, los mapas conceptuales son de gran ayuda para esta actividad, se puede terminar con el señalamiento del objetivo o pedir a los alumnos que lo construyan.

Los objetivos son enunciados que describen claramente que actividades de aprendizaje y cuales efectos se quieren conseguir en el aprendizaje de los alumnos al finalizar una experiencia, sección o ciclo escolar. Los objetivos se deben planificar, ser claros y concretos, dado que son el punto de partida y llegada de una situación de enseñanza, por ende desempeña un papel constitutivo de todo proceso. Al iniciar una situación educativa el docente debe compartir, explicar los objetivos con los alumnos debido a que, plantean una idea común sobre hacia donde se dirige el curso, la actividad o la clase que se va a realizar. Los objetivos orientan los procesos de aprendizaje, caracterizan los aspectos más relevantes del tema y las orientaciones para generar expectativas apropiadas de los alumnos acerca de lo que se va a aprender e inculca en los alumnos sobre que se espera de ellos. Estas actividades activadoras de conocimientos previos, como no son actividades centrales de la situación de enseñanza, no deben durar mucho tiempo.

2.1 3.1.2 Estrategias para orientar y guiar a los aprendices sobre aspectos relevantes de los contenidos de aprendizajes.

Estas estrategias son los recursos que el docente diseña y emplea para guiar, orientar, captar y sostener la atención de los estudiantes durante una sección. Son llamadas también como estrategias de tipo construccionales, ya que pueden aplicarse continuamente para señalar a los estudiantes en cuales conceptos o ideas encauzar los procesos de atención y codificación. Ejemplo de ellas las señalizaciones internas y externas al discurso escrito u oral.

Las señalizaciones del discurso. Se refieren a toda clase o avisos que se emplean a lo largo de un discurso para organizar o enfatizar u organizar ciertos contenidos que son relevantes dentro del contenido por aprender. Su función principal es que los estudiantes reconozcan qué es importante y qué no. Es por esta razón que las señalizaciones son diferentes para el discurso escrito y oral. A continuación, se plantea las diversas señalizaciones utilizadas. Señalizaciones en textos hay dos formas: las intertextuales (recurso lingüístico utilizado por el autor dentro del texto) y las extras textuales (recursos de edición).

Las señalizaciones **intertextuales** que busca brindar las especificaciones de la estructura de un tema, contenido, esta presentación previa de la información pueden hacerse al inicio o al final como información relevante o como expresiones de aclaración del autor. Se emplean las redundancias y las ejemplificaciones muy usadas en química para la apropiación de modelos.

Las señalizaciones **extras textuales** (recursos de edición). Que se emplean para llamar la atención en el texto entre ellas están el uso de mayúsculas y minúsculas, el uso de colores, tamaños de letra, números, viñetas para las listas de información, el empleo de títulos y subtítulos, subrayados o sombreados de contenidos y principios.

Otras estrategias del discurso.

Según Cros una de las estrategias que definen la clase como género discursivo es la intención didáctica, de acuerdo con esta afirmación una clase tiene una doble orientación, la dimensión explicativa y la dimensión argumentativa. Estas estrategias deben estar en equilibrio para organizar, direccionar, clarificar, la adquisición, la comprensión y la explicación de los conocimientos que se trata de comunicar. Las preguntas son estrategias efectivas usadas para obtener información relevante, para guiar las respuestas de los estudiantes en la construcción del conocimiento y evaluar las respuestas dadas al finalizar una situación de enseñanza. Por otro lado cuando los estudiantes no responden a las preguntas el docente puede emplear pistas con ejemplos, para llevarlos hacia la respuesta correcta.

2.1.3.1.3 Estrategias para mejorar la codificación (elaborativa) de la información a aprender.

Esta estrategia se usa para lograr que la información se enriquezca de forma elaborativa en calidad y contextualización para que los estudiantes la asimilen mejor. Los ejemplos típicos de esta estrategia son las ilustraciones, gráficas y las preguntas intercaladas.

Las ilustraciones: son un tipo de estrategia empleada en diversos contextos de enseñanza (fotografías, dibujos, pinturas, diseños por computadoras) son recursos que se utilizan para expresar una relación esencialmente de tipo reproductivo o representativo del objeto cuando no se tiene la oportunidad de tenerlos de forma real. El docente al escoger una ilustración a debe pensar que imágenes quiere presentar con calidad, cantidad y utilidad, cuáles intenciones tiene y a quiénes van dirigidas. En los textos se encuentra diferentes tipos de ilustraciones: Descriptivas (muestra como es un objeto físicamente), expresivas (logras aspectos actitudinales y emotivos), construccional (explicar los componentes o elemento de una totalidad), funcional (describir visualmente las distintas interrelaciones o funciones existentes entre las partes de un objeto o sistema) y algorítmica (describir procedimientos). La intención de las ilustraciones es conseguir que los estudiantes aprendan procedimientos para que después puedan aplicarlos y solucionen problemas con ellos.

Las gráficas: Se trata de un recurso que sirve para representar las relaciones que se dan en situaciones de tipo cuantitativo entre dos o más variables que sirven para explicar lo que sucede en un evento, hecho o fenómenos. Estas pueden representarse por medio de líneas, barras, tortas etc. Generalmente se trabajan dos tipos: Lógico-matemáticas (gráficas tipo polígono) Y de arreglo de datos (gráficas de tipo histogramas o de tipo pastel).

Las preguntas intercaladas: Son aquellas que se le hacen al estudiante en el desarrollo de la situación de enseñanza, o a lo largo del material o guía utilizado y tiene como intensión facilitar su aprendizaje. Ellas se insertan en partes importantes del texto en diferentes secciones o párrafos de la situación planteada, de manera que el estudiante la conteste durante toda la sección.

2.1.3.1.4 Estrategia para organizar la información nueva por aprender.

Estas estrategias sirven para mejorar los procesos de recuerdo, comprensión y aprendizaje. Por ende son instrumentos valiosos para organizar las ideas relevantes de la situación de enseñanza, mejorando así los procesos de significación y como consecuencia se facilita y hace posible el aprendizaje significativo de los estudiantes. Entre estas estrategias están los mapas y redes conceptuales, los resúmenes, los cuadros sinópticos, cuadros comparativos, diagramas de flujo, cuadros C-Q-C, organizadores textuales, las cuales se pueden incluir en los diferentes momentos del proceso de enseñanza.

Los mapas y redes conceptuales son útiles para realizar una codificación visual y semántica de los conceptos, proposiciones y explicaciones, permitiendo la jerarquización y contextualización entre los conceptos y las proposiciones. En el aula de clase sirven para generar discusiones en pequeños grupos cuando se les presenta para que comprendan los conceptos involucrados, cuando se conectan con experiencias previas, o se usan como medios para generar discusiones. Los mapas y las redes presentan similitudes, pero también tienen diferencias. Un mapa es más estructurado porque permite jerarquizar los conceptos como (Supra ordinados, coordinados y subordinados) a partir de lo general a lo especifico o incluyente. Se organiza a partir de las relaciones entre conceptos, proposiciones y palabras de enlace.

Las redes conceptuales son representaciones entre conceptos, pero por lo general no se organizan en forma jerárquica, la configuración más conocida es la denominada araña (concepto centra y proposiciones a su alrededor), aunque también se pueden dar estructuras de cadena (conceptos que se encadenan de forma unidireccional de derecha a izquierda o de arriba- abajo).

Los resúmenes son elaborados por el docente, tienen como fin sintetizar la información que ha sido discutida durante la situación de enseñanza es decir lo más importante que ha de aprenderse, para luego proporcionárselos a los estudiantes. Un resumen es una versión breve del contenido que se debe aprender, es decir un resumen reúne la jerarquización de los conceptos más relevantes y significativos de la situación vista.

Los organizadores de diseño gráfico son representaciones visuales que revelan la estructura lógica del contenido, son de gran utilidad cuando se requiere resumir u organizar significados de conocimientos y se pueden usar como estrategia de enseñanza por parte de los docentes, así como también estrategia de aprendizaje por los alumnos. En ambos casos está demostrada la efectividad ya que, mejora los procesos de recuerdos, aprendizaje y comprensión. Los organizadores gráficos se pueden utilizar en cualquier momento del proceso instruccional. Algunos de ellos son: Las redes o mapas conceptuales y los cuadros sinópticos que permite realizar una lectura más detallada del material educativo y aumentar la capacidad de abstracción y comprensión al establecer relaciones, de causa- efecto. Ventajas, desventajas, semejanzas y diferencias. Pueden organizarse en dos columnas (bidimensionales) o en tres tridimensionales (tres columnas), los cuales el docente se encarga de especificar las comparaciones a exponer. Los cuadros C-Q-A, que indican que se, que quiero conocer, y que he aprendido, el enlace de las dos primeras columnas sirve para relacionar el conocimiento previo con el nuevo conocimiento, para reflexionar, y como procesos de autoevaluación. Además, se pueden emplear para organizar la información y presentarla a los estudiantes diagramas de árbol o de llaves, diagramas de flujo, círculos de conceptos, líneas de tiempo muy útiles para comprender como se aprende.

2. 1.3.1.5 Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender.

Se les conoce como conexiones externas, estas estrategias sirven para enlazar lo previo y lo nuevo es decir son aquellas destinadas a ayudar a crear enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva por aprender con ello se busca una mayor significación de los aprendizajes logrados y un mejor despliegue de la enseñanza entendida desde la mediación o zona de desarrollo próximo (ZDP). Entre estas estrategias están los organizadores previos y las analogías.

Los organizadores previos son un recurso introductorio compuesto por un conjunto de conceptos y proposiciones de mayor nivel de inclusión y generalidad que la información nueva. Son importantes porque sirven de puente entre la información nueva y la que se va a aprender, por lo tanto se debe proponer un contexto conceptual que ayude a activar y asimilar de manera significativa los contenidos curriculares. Los organizadores previos deben introducirse antes de que sea presentada la nueva información que se habrá de aprender por lo tanto se considera una estrategia preinstruccional. Existen dos tipos de organizadores previos los expositivos (recomendado cuando se va a exponer información desconocida) y los comparativos (se recomienda cuando se sabe que los estudiantes tienen conocimiento de lo que se va a aprender).

Las analogías son muy útiles y se emplean, cada que hay una nueva información al hacer comparaciones y relacionarlas con un conjunto de conocimientos y experiencias análogas que ayudan a comprenderlas. Una analogía es una proposición que nos sirve de puente para hacer una semejanza con otra situación o evento ya conocido. Para concluir, las diferentes estrategias de enseñanza se pueden agrupar en:

2.1.3.1.6 Estrategias preinstruccionales:

Estas preparan al alumno, buscan motivar al alumno frente al problema y permite explorar, activar los saberes previos, es decir ubica el aprendizaje en el contexto, clarifica las intencionalidades educativas del docente al terminar la situación, Entre ellas se utilizan la lluvia de ideas, los pre interrogantes, la enunciación de los objetivos, también se pueden hacer uso de los organizadores gráficos como mapas conceptuales, redes conceptuales como mecanismos que permiten establecer las relaciones que tienen los estudiantes entre los diferentes conceptos.

2.1.3.1.7 Estrategias construccionales.

Tienen como función orientar la atención de los estudiantes, son los recursos, estrategias, que selecciona el docente para dirigir el foco de atención de los estudiantes durante la sesión, discurso o texto. En esta sección se debe poner énfasis en la información principal para lograr una mejor codificación y conceptualización que le permitan alcanzar la comprensión (Shuell1988) citado en Díaz, B, F (2001). Estas estrategias pueden incluir ilustraciones, gráficos, preguntas insertadas, el uso de pistas o claves para explotar distintos índices estructurales del discurso ya sean oral o escrito. Entre otras estrategias usadas están las redes, los mapas conceptuales, analogías, cuadros entre otros.

2.1.3.1.8 Estrategias postinstruccionales.

Permiten al alumno tener una visión sintética e integradora que les permite valorar lo que han aprendido, que tan significativa fue la experiencia que tuvo frente a las diferentes situaciones planteadas, que tanto anclaje tuvieron los nuevos conocimientos en el discurso escrito y oral. Algunas estrategias usadas están cuadros sinópticos, cuadros comparativos, redes, mapas conceptuales.

Es importante mencionar, otros autores que han efectuado aportes valiosos en la construcción de estrategias pedagógicas; que sean efectivas en los procesos de aprendizaje. Aprender, no es un proceso fácil y en él están implicados muchos factores. Conocer que estrategias y cuales son efectivas para la gran diversidad de estudiantes y formas de aprender; es pues la tarea del docente lograr que los procesos de mediación sean asertivos; para alcanzar niveles de pensamiento más estructurados y reflexivos en el campo de las matemáticas.

2.1.3.2 Teoría de las estrategias

Es importante resaltar que una estrategia debe tener una lógica para ser usada. En este sentido como lo plantea Lenis (2014) “*se debe pensar la estrategia como una articulación coherente de saberes”*; por esto, él hace una revisión teórica de su desarrollo y la aplicabilidad dada por varios autores; resaltando su importancia en el contexto educativo.

Inicia su recorrido citando a Gardner Howard quien propone que” *las estrategias están constituidas por una secuencia de actividades, se encuentran controladas por el sujeto que aprende y son generalmente deliberadas y planificadas por el propio estudiantes”* (2001, p. 392). Para Morín “*las estrategias supone una actitud del sujeto para utilizar en la acción los determinismos y necesidades exteriores y puedan difundirla con el método de acción particular de un sujeto en acción de juego* […]” (1998p.62). Se puede mencionar que las estrategias son variadas y dependen del estudiante, de sus intereses que tiene y de los recursos que dispone para desarrollar las competencias y alcanzar un aprendizaje significativo.

Entonces, se podría decir que las estrategias configuran particularidades de los estudiantes al determinar cómo los sujetos se relacionan con el saber, sus lógicas, percepciones y deseos. Lenis (2014), plantea que una estrategia es integral cuando el maestro la asume en tres instancias básicas.

1. Planeación e idealización, pensar y diseñar el objeto de estudio
2. Ejecución o puesta en marcha, de la acción pedagógica en el proceso educativo.
3. La evaluación, como referente de análisis de las aprehensiones temáticas, experiencias y situaciones individuales o grupales de los participantes en el aula (docente-estudiante).

Por este motivo tal como lo aclara Ruth Harf:

> Se *debe hablar de estrategias y no de métodos, porque el método tiene una connotación mucho más organizada, sistemática y previsible, la idea de estrategia implica un amplio “abanico” un amplio campo de posibilidades donde justamente*

> *la creatividad del docente consiste en hacer un buen análisis del grupo de los contenidos, del contexto y seleccionar aquellas estrategias que, para ese momento y ese grupo, son las más adecuadas (2013 p14).*

Tomando como referente estos planteamientos teóricos; el docente como gran diseñador determina qué estrategia usar y cual no de acuerdo a las diferentes variables que inciden en el contexto educativo de su práctica de aula entre ellas están la edad, el ambiente, la representación semiótica, los contenidos a enseñar, la formación del docente y la disposición del estudiante. Es aquí, donde la triada saber, docente, estudiante propuesta por Chevallard (1985) toma sentido al conformar la estrategia pedagógica.

Sin embargo, la estrategia es una unidad flexible, diferencial y no replicable de las formas como los estudiantes abordan los saberes. Para ello, Monereo Carlos afirma

> *Las estrategias de aprendizaje son procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales), en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para satisfacer una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción*" (1998, p.24).

Es aquí, donde los planteamientos de Philippe Meirieu son relevantes al afirmar que "*la estrategia es un "proceso" porque representa el conjunto de acciones realizadas por un sujeto con el objeto de conseguir un aprendizaje estabilizado"* (2009 p. 16). Por esta razón, el docente al diseñar y situar las estrategias pedagógicas pretende dinamizar el aprendizaje y buscar el sentido para los actores involucrados en el proceso de aprender. Además, como lo plantea Rebeca Anijovich la estrategia de enseñanza se concibe "*como el conjunto de decisiones que toma el docente para orientar la enseñanza con el fin de promover el aprendizaje de su alumno"* (2009.p23). Por lo tanto las estrategias son ideas que cambian, experiencias que se modifican y son adaptadas al contexto, sujetos y medios asociados con el saber.

Ahora bien, actualmente en el campo educativo; es importante retomar estrategias que en otros contextos han tenido un impacto positivo, para ser aplicadas y determinar qué tan potencialmente significativas pueden ser para nuestros contextos. En este sentido, se emplea la teoría de las situaciones didácticas propuesta por el **francés Guy Brousseau**.

2. 1.3.3 Teoría de las situaciones didácticas

Esta teoría propuesta por **Brousseau** en la década de los años 70 vino a suscitar los cambios que se dieron inicialmente en Europa y que posteriormente se extendieron a América latina. Hasta esta época el campo de las matemáticas estaba fuertemente influenciado por la pedagogía de Piaget. Es Brousseau quien viene a proponer otra dinámica diferente en las interrelaciones sociales entre el alumno, docente y saberes matemáticos en una práctica de aula. Porque como lo había planteado ya **Chevallard** es importante en la transposición del saber erudito al saber enseñado, las transposiciones que sufren el conocimiento y es en este sentido que los docentes deben diseñar estrategias que les brinden a los estudiantes herramientas para construir sus propios procedimientos para resolver los problemas que se les presente en la vida cotidiana; lo que ocasiona que las ideas previas que el estudiante posee, se modifiquen y siga aprendiendo.

Las situaciones didácticas propuestas por Brousseau le dan una nueva perspectiva al campo de las matemáticas, al considerar las situaciones problemas como una herramienta fundamental, que brinda a los estudiantes la oportunidad de enfrentar enigmas, desafíos con el fin de despertar el interés, condición necesaria según Ausubel y otros autores para que se dé el aprendizaje.

2.1.3.3.1 Situaciones didácticas

Las situaciones didácticas propuestas desde la escuela francesa tienen un enfoque constructivista en el cual el docente es un diseñador de actividades novedosas, creativas a partir de las cuales los estudiantes a su ritmo de aprendizaje desarrollan las competencias en el pensamiento matemático. Esta idea ha evolucionado en la actualidad y en el campo de la matemáticas diferentes autores han planteado la necesidad de abordar como estrategia didáctica la solución de problemas; como la base principal para estructurar el pensamiento matemático.

Por este motivo, el interés en el trabajo de profundización es desde la solución de los problemas mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios; y de esta manera reducir las dificultades de la transición que se presenta en los estudiantes al pasar de manera abrupta de la aritmética al algebra. Por esta razón, se va a implementar la caja de polinomios como una estrategia que desde hace mucho tiempo ha sido útil como material y medio concreto para superar estos obstáculos antes mencionados.

Para aplicar las situaciones didácticas en el aula de clase se deben considerar varios aspectos como son el contrato didáctico que se establece entre el docente y el estudiante y viceversa. Luego se explica la situación problema que puede hacerse de dos formas. La primera donde el docente tiene el control del proceso de enseñanza, al orientar y dirigir los momentos asegurándose que el estudiante haya alcanzado el saber enseñado, el segundo momento es dirigido al aprendizaje en que el estudiante pueda resolver problemas aplicando diferentes procedimientos, estrategias.

A continuación se muestra detalladamente el procedimiento de la situación didáctica que se aplicó en la práctica de aula, para resolver problemas multiplicativos de polinomios.

Siguiendo la secuencia en la planeación de la clase propuesta en el área de matemáticas (ver Anexo 1) En el cual es relevante tener presente que pensamiento se va a desarrollar, que para el caso es él:

Pensamiento: Numérico- Variacional asociado a áreas, volúmenes y perímetros.

También es importante, tener claridad sobre cuál es la competencia que se va a desarrollar en el trabajo de profundización,

La competencia: Es solución de problemas además es importante tener claro cuál es el objeto de estudio que se va a realizar en el trabajo de profundización en este caso es

Objeto matemático: Estructura multiplicativa de polinomios también es necesario resaltar los estándares que marca este objeto de estudio que para este caso es:

Estándares

- *Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.*
- *Construir expresiones algebraicas equivalente a una expresión algebraica dada.*

También, es importante tener en cuenta el sistema matemático con que se va a llevar a cabo la implementación de la caja de polinomios para este trabajo es:

Sistema matemático: Algebraico – Analítico

Objetivo de la clase: Aplicar conocimientos multiplicativos de polinomios mediante la implementación de la caja de polinomios.

Fases de la situación didáctica

(Ver anexo 1 planeación de la situación didáctica)

2.1.3.3.1.1 Situación de acción.

En esta situación el docente explica previamente las instrucciones de cómo construir o representar figuras algebraicas, utilizando las fichas de la caja de polinomios; esto se hizo mediante una guía, y explica las reglas para realizar las operaciones de adición, sustracción y multiplicación; haciéndose énfasis en la estructura multiplicativa

A partir de una situación problema "**Construyendo la huerta escolar**" los estudiantes observan el gráfico de la huerta con sus respectivas dimensiones. Además, debe encontrar la expresión algebraica que representa el área y el perímetro de la huerta escolar y establecer los posibles resultados del área y el perímetro al cambiar el valor de la variable X. En esta situación los estudiantes movilizan sus saberes sobre áreas y perímetros, usando las fichas de la caja de polinomios esto con el fin de clarificar el concepto de área y perímetro. Además de representar expresiones algebraicas con material concreto.

Después de finalizada la actividad, los estudiantes socializan cuales estrategias emplearon para dar la solución al problema planteado. En la retroalimentación intercambian procedimientos adecuados o no adecuados para darle solución al problema.

2.1.3.3.1.2 Situaciones de formulación

Esta situación de formulación se realiza por equipos de trabajo donde cada estudiante tiene un rol definido cuyo objetivo principal es la construcción colectiva de conocimiento a partir del intercambio de ideas se va construyendo la conceptualización. De expresiones algebraicas, áreas, perímetros, volúmenes. En esta situación los estudiante puede validar y comprobar sus respuestas teniendo en cuenta los pasos que se utilizan para resolver un problema propuestos por Polya.

2.1.3.3.1.3 Situación de validación

En esta situación, los estudiantes discuten y defienden sus propuestas en el aula de clase, representando en el tablero de los polinomios con el material concreto de la caja de polinomios, sus respuestas. Asumiendo las posturas de defender sus conocimientos y ceder frente a la solución más acertada. Esta discusión está orientada por el docente quien es un mediador para que los estudiantes encuentren las respuestas.

2.1.3.3.1.4 Situación de Institucionalización

Esta fase es importante en el proceso didáctico, es la relación que se puede tener entre los conocimientos construidos y los conocimientos a saber; en esta situación se presentan los conocimientos adquiridos en las situaciones planteadas, se explican los resultados en orden, confrontar las ideas y procedimientos; y se pone de acuerdo sobre cuáles son las posibles soluciones. A continuación se hará la revisión de las políticas educativas que el gobierno ha venido implementando en el país con el fin de mejorar las prácticas de aula: con el propósito de ser la más educada al año 2025.

2.1.4. Políticas educativas en Colombia en el área de matemática

A partir del artículo 44 de la Constitución Política de Colombia de 1991 que consagra a la educación como un derecho fundamental de los niños. Colombia ha implementado políticas educativas con el fin de mejorar la calidad de la educación en el país y es así que en el año de 1994, se expide la ley 115, o también llamada Ley General de la Educación en esta ley se recalca que todas las Instituciones educativas tienen autonomía para desarrollar su proyecto educativo Institucional PEI incluyendo las características y necesidades de la comunidad y siguiendo las disposiciones dadas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

En el año de 1996 se efectúan cambios en la forma de evaluar a los estudiantes, es decir se hacen propuestas con el fin de cambiar el pensamiento, actitudes y procedimientos de las prácticas educativas. Que contribuyan a mejorar la calidad de la educación para responder a las dinámicas que impone el mundo cada vez más globalizado donde se exige jóvenes competentes para la realización de trabajos.

Para ello el Ministerio de Educación expide los lineamientos curriculares donde explica los enfoques teóricos, procesos, metodologías evaluación y expone ejemplos sobre la enseñanza para la matemática. Posteriormente expide los estándares de competencia para "precisar los niveles de calidad a los que tienen derecho los niños de Colombia independientemente a la región que pertenezcan" (MEN, 2006, Pág.11). O sea, los estándares son guías para el diseño de currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares, las prácticas de aula, además aporta elementos para el diseño de textos escolares, materiales de apoyo educativo etc. Estos están estrechamente relacionados con los lineamientos curriculares en donde fundamenta el conocimiento matemático.

2.1.4.1 Los lineamientos curriculares de matemáticas

Como ya se mencionó anteriormente los lineamientos curriculares cambian la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. Antes centradas en el docente dejando a un lado al estudiante como repetidor de la información proporcionada. Desde la divulgación de los lineamientos curriculares, las matemáticas adquieren una construcción social; son una actividad humana insertada en y condicionada por la cultura y por su historia. En la que tanto el docente como el estudiante participan de manera activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Asimismo, a partir de los lineamientos curriculares cambian la dinámica de los conocimientos matemáticos al atribuirles dos facetas que las distingue estas son la práctica y la formal. Entendiendo por la faceta práctica aquellas competencias que se utilizan todas las personas en su vida diaria. Y la faceta formal constituida por los sistemas matemáticos y sus justificaciones, la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación.

Otro aspecto importante, es que el conocimiento matemático, en su estructura curricular se organiza en pensamientos matemáticos; esto con el fin de ser matemáticamente competente que significa desarrollar el pensamiento lógico y el pensamiento matemático. Por esta razón, los lineamientos son guías, disposiciones acerca de las orientaciones pedagógicas que sirven de apoyo y reflexión para todos los docentes del país; y deben servir de referente para construir currículos.

Igualmente, las matemáticas como un saber disciplinar, están presentes en el proceso de formación; para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI. Estos retos, plantean que los aprendizajes de los estudiantes no se limite solo a la repetición de procedimientos, conceptos sino que estos aprendizajes puedan ser aplicados en el contexto de la vida cotidiana y se haga visible para que sea útil, ese conocimiento en el mundo real.

Es importante mencionar, que los lineamientos curriculares proponen la utilización de las situaciones problemas como estrategia para formular interrogantes que posibiliten la conceptualización, la simbolización y la aplicación significativa de los conceptos al plantear y resolver problemas matemáticos. Estas situaciones deben ser diseñadas para causar desequilibrio, encontrar las lagunas u obstáculos. Resolver el problema implica que el estudiante alcanza un nuevo estado de equilibrio.

Desde estas orientaciones pedagógicas y estructura curricular se diseñan los proyectos educativos institucionales (PEI) y se trazan las rutas para el diseño curricular de planes de área y planes de aula, con el fin de facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje. También, con miras a mejorar la calidad de la educación el Ministerio de Educación Nacional MEN en el año de 2002 expide los estándares de competencia que permiten evaluar que tanto debe saber un estudiante en el contexto nacional; estos son complementados y en el año 2006 son divulgados a toda la comunidad educativa y desde esta fecha sirven de referente para la construcción de diseños curriculares contextualizados de cada región.

2.1.4.2 Estándares de competencia:

Son referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los y las estudiantes en el trascurrir de la vida escolar. Estos se organizan en ciclos de grado. Para el área de matemáticas se estructuran en cinco (5) pensamientos matemáticos los cuales son; el pensamiento numérico, variacional, geométrico, aleatorio y métrico.

Desde la perspectiva de los estándares el **objeto matemático** estructuras multiplicativas de polinomios está enmarcado en los pensamientos numérico-variacional asociado a áreas, perímetros y volúmenes; discriminados en ciclos de grado de acuerdo con las disposiciones dadas por el MEN. Como se relacionan a continuación en la siguiente tabla.

Tabla No 1 Secuencialidad de las Estructuras multiplicativas de polinomios en los conjuntos de grado.

Conjuntos de grado	**Pensamiento**	**Estándares**
1º a 3º	Variacional	-Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numéricos, geométricos, musical entre otros). -Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas. -Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.
	Numérico	-Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). -Describo, comparo u cuantifico situaciones con números en diferentes contextos y con diversas representaciones. -Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes. -Uso representaciones-principalmente concretas y pictóricas- para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. -Uso representaciones- ´principalmente concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número de diferentes unidades del sistema decimal. -Reconozco propiedades de los números (se par, ser imparte etc) u relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por etc.) en diferentes contextos. -Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación. -Resuelvo y formulo problemas en situación de variación proporcional.
4º a 5º	Variacional	-Describo o interpreto variaciones representadas en gráficos. -Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. -Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. -Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.
	Numérico	-Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos -Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. -Uso diversas estrategias de cálculo u de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. -Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados.
6º a 7º	Variacional	-Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas) -Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación) -Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones. -Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos etc.) en relación con la situación que representan.
	Numéri	-Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas. - Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números como las de igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

8º a 9º	co Variacional Numérico	- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones u propiedades de las operaciones. - Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos. -Justifico la pertenencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas. -Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas. -Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. -Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. -Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. -Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas. -Utilizo números reales en diferentes representaciones y en diversos contextos. -Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades u relaciones de los números reales y de las relaciones u operaciones entre ellos.

Fuente: Estándares de competencia

En el trabajo de profundización a realizar en la Institución Educativa Simón Bolívar del municipio de Jamundí, los estándares básicos de competencias matemáticas que se pretende alcanzar en este trabajo se mencionan a continuación:

- *Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.*
- *Construir expresiones algebraicas equivalente a una expresión algebraica dada.*

Asimismo, desde las directrices emanadas por el Ministerio de Educación Nacional MEN en los lineamientos curriculares divulgados a toda la comunidad educativa del país, se muestran las disposiciones y exigencias hechas a la educación matemática, está orientada a que el estudiante desarrolle competencias que le permita enfrentarse a diferentes situaciones problemas planteados desde la matemática o de la vida cotidiana y de otras ciencias.

A partir de esta perspectiva la enseñanza de las matemática se estructura a partir de las siguientes categorías: **procesos, conocimientos básicos y contexto** (MEN, 1998). La siguiente ilustración muestra como los conocimientos básicos se estructuran en cinco pensamientos para su mejor comprensión. La propuesta metodológica enfocada hacia las situaciones problemáticas y los procesos enfocados a desarrollar conocimientos, habilidades, destrezas para ser competentes en la sociedad.

Figura No 1 Estructura curricular del área de matemáticas
Fuente: Elaboración propia

Según los estándares de competencia “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejas” (2004, p. 49). Es decir, que las situaciones problema son estrategias que pueden contribuir a alcanzar el tránsito de las matemáticas al dominio de las competencias del saber conocer, saber hacer y saber ser en contexto.

En este sentido, es pertinente para el trabajo de profundización que se realizó abordar la definición de competencia desde la mirada de diferentes autores.

2.1.4.3 Las Competencias matemáticas

En la actualidad, el campo de la educación matemática, el término competencia se ha puesto muy de moda. Desde las secretarias de Educación se impulsan charlas y exposiciones al respecto e incluso las pruebas internas y externas deben evaluar el desarrollo de ellas. Pero, el profesor de matemáticas continúa y sigue un currículo basado en los métodos tradicionales, es decir a partir de contenidos más no hacia el desarrollo de competencias. Esto se hace evidente en los resultados que se obtienen cuando los estudiantes se presentan a las pruebas PISA, TIMMS obteniendo malos resultados en comparación con otros países. Esto genera discrepancia entre lo que se enseña, como se enseña y lo que verdaderamente es evaluado en las distintas pruebas.

Es por este motivo, que el reto para el profesor de matemáticas es encaminar su labor hacia el desarrollo de competencias. Esto significa que el docente debe reflexionar sobre la práctica pedagógica, en busca de estrategias didácticas que le permita no solo despertar el interés de los estudiantes; sino desarrollar competencias que necesita un ciudadano para desenvolverse de manera eficiente en la sociedad.

El término competencia tiene varios inicios y por lo tanto es polisémico. Horacio Solar (2006) señala que inicialmente este término surgió en el campo empresarial y, por otro lado, desde la psicología. Actualmente, este término se ha acuñado al campo de la educación. A continuación se exponen algunas definiciones dadas por diversos autores.

Para Philippe Perrenoud (2001) una competencia es: " *la capacidad de actuar de manera eficaz en una situación, movilizando a conciencia y de manera rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos, saberes, capacidades, mircrocompetencias, informaciones, valores , actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de* *razonamiento*" (p. 10). Este autor también afirma que las competencias son adaptadas al mundo que viven los estudiantes. Es decir, están más vinculadas a contextos culturales, a oficios, a condiciones sociales.

Para (Meirieu, 1991)

> *Una competencia es un saber identificado, que pone en juego una o más capacidades dentro de un campo nocional o disciplinario determinado". Además según el autor precisa, que ese saber exige el control de los materiales que se van a utilizar para demostrar que una persona es competente en determinado campo. (p.181 et 17)*

Tal como lo menciona Villa y Poblete (2007) *"una competencia es el buen desempeño en contextos diversos y auténticos basados en la investigación y activación de conocimientos, normas, técnicas, procedimientos, habilidades y destrezas, actitudes y valores*". Sin embargo, es necesario contextualizar el término competencia desde la disciplina de las matemáticas; es decir que es ser competente matemáticamente.

PISA, entiende la competencia matemática de la siguiente manera:

> *La capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en contextos distintos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, herramientas, hechos y procedimientos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas juegan en el mundo, para sostener juicios fundamentados y para utilizar e interesarse por la matemáticas, de forma que responda a las necesidades de la vida de ese individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2009a, p.22)*

En los Estándares Básicos de Matemáticas se entiende competencia matemática de la siguiente manera:

> *Saber hacer flexible, que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. Implica la comprensión del sentido de cada actividad y de sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas" (MEN, 2006 p.12)*

Al respecto Rico y Lupiañez (2008), parten de asumir que la "competencia matemática es saber matemáticas y hacer cosas con ellas "Para ellos una competencia matemática es:

> *.....consisten en utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible; ponen especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación; muestran como los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana; y, se alcanzarán en la medida que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana (p. 214)*

Otra definición de competencia matemática es expuesta por Escamilla citado por Solar (2009), quien expone que una competencia es:

> *El conjunto de habilidades y destrezas relacionadas con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en los diferentes ámbitos y situaciones (familiares, sociales, académicos o profesionales); su traducción al lenguaje y contextos matemáticos; su resolución, empleando los procedimientos oportunos, la interpretación de los resultados y la formulación y comunicación de tales resultados.*

En las anteriores definiciones expuestas se puede deducir que las matemáticas tienen un uso social desde la perspectiva de la solución de problemas cotidianos que conllevan a la reflexión. Desde esta perspectiva ser matemáticamente competente implica desarrollar cinco procesos generales los cuales son Formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. A continuación se explica cada uno de estos procesos sin desconocer como lo plantean los lineamientos que en el campo de las matemáticas se pueden aplicar otros procesos.

2.1.4.3.1. El razonamiento

Se entiende por razonar como la forma de ordenar ideas en la mente para elaborar una conclusión. Es importante resaltar que el razonamiento matemático se desarrolla desde los primeros años y debe estar presente en todo el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Por lo tanto, este eje se debe articular en todos los ciclos de grado de la educación. Para alcanzar este proceso los estudiantes deben realizar las siguientes acciones:

- Dar cuenta del cómo y por qué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar los procedimientos y las conjeturas que se hacen cuando se resuelve un problema.
- Formular hipótesis, conjeturas y predicciones, elaborar contraejemplos, establecer relaciones, propiedades para explicar otros fenómenos o hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Elaborar argumentos para explicar los resultados de un problema, situación de manera lógica o matemática y potenciar la capacidad de pensar.
- Para el desarrollo de esta competencia se debe:
- Promover ambientes de aprendizaje que conlleve a los estudiantes a explorar, comprobar y aplicar ideas.

Es por esto, que los docentes como mediadores del proceso de enseñanza-aprendizaje, deben conocer a los estudiantes, guiarlos y orientarlos en el avance de sus ideas, empleando los materiales físicos que les permita la comprensión de las ideas abstractas. Es importante desarrollar en el ambiente de aula un pensamiento crítico; teniendo en cuenta que todo proceso de comunicación en la solución de un problema debe estar expuesto a la discusión guiada por parte del docente.

2.1.4.3.2 Comunicación

Según el informe de la Organización de las naciones unidas para la educación, la ciencia y la cultura (Unesco) la comunicación es una habilidad necesaria para el siglo XXI, niños, jóvenes y adultos deben estar en capacidad de expresar sus ideas en todas las actividades, disciplinas, profesiones y sitios de trabajo. Es decir, que la educación debe formar para que una persona sea capaz de:

- Expresar de manera escrita, oral, o icónica sus ideas, a partir de las descripciones, explicaciones y argumentos de las diferentes situaciones que se presentan en la vida cotidiana.

- Comprender, interpretar y evaluar ideas expresadas de manera escrita, oral o icónica.
- Hacer observaciones, elaborar hipótesis, conjeturas, formular preguntas, evaluar información.
- Hacer planteamientos y construir argumentos convincentes.

Sin embargo, las matemáticas no son un lenguaje; pero si pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de los diferentes lenguajes con los que se leen y se escribe, se habla y se escucha, se expresan, y se representan. Es decir, la comunicación ayuda al estudiante a construir los vínculos entre las ideas que construyen a partir de la interacción con su mundo y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas. El lenguaje matemático, le permite al estudiante establecer diferentes conexiones entre las representaciones simbólicas, físicas, gráficas, pictóricas, verbales, mentales de las ideas matemáticas y las formas de representarla. Por lo tanto, cuando un estudiante es capaz de describir muchas situaciones, representar mediante un lenguaje simbólico una ecuación que explique cómo resolver un problema comienza a comprender la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y su aplicabilidad en la realidad.

Para lograr desarrollar esta competencia en el aula de clase; el docente debe promover un ambiente dialógico, donde prime la comunicación asertiva; en el que la discusión de las ideas debe ser una estrategia permanente, donde el hábito de la escucha y el respeto de las opiniones sea valorado para crear un ambiente que propicie en los estudiantes:

- La motivación para formular preguntas
- La puesta en común donde se promueva el hábito de la escucha, la negociación, la discusión de las ideas matemáticas y los argumentos en la solución de un problema.
- La seguridad para hacer hipótesis, conjeturas, preguntar el qué, cómo, cuándo, dónde, por qué, para explicar su razonamiento, argumentar y resolver problemas.
- Sean capaces de expresar del lenguaje de la vida cotidiana al lenguaje de las matemáticas y las pueda emplear de manera correcta en otras disciplinas del saber.

- Elaboren informes orales en clase y los representen mediante ecuaciones, gráficos, palabras, tablas entre otros.
- Que el estudiante elabore informes, portafolios, tareas, trabajos en grupo con el fin de detectar obstáculos, creencias que causen dificultades en la comprensión de las matemáticas.

2.1.4.3.3 La modelación

Tomando como referente los estándares de competencia; la modelación puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico, o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema a veces se dice también "una estructura" que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones.

Igualmente, la modelación puede hacerse de diferentes maneras, de la forma simplificada se puede representar mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, para formular y resolver los problemas relacionados con ella. Además los datos, conceptos, relaciones, condiciones y suposiciones del problema enunciado matemáticamente debe trasladarse a las matemáticas, es decir, deben ser matematizados y así resulta un modelo matemático de la situación original. Estos modelos constan esencialmente de ciertos objetos matemáticos que corresponden a "elementos básicos "de la situación original o del problema formulado, y de ciertas relaciones entre esos objetos, que corresponden también a relaciones entre esos "elementos básicos".

Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante explorar distintas formas de solución a un determinado problema, decidir que variables y relaciones entre variables son importantes, utilizar diferentes niveles de complejidad y evaluar si las predicciones, los procedimientos y los resultados son razonables con respecto a las condiciones iniciales. Es decir, si la respuesta obtenida es válida y si el modelo es satisfactorio para ese problema.

Como lo afirma el autor Treffers y Gofree citado en lo Lineamientos Curriculares (1998), describen la modelación como "una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas". También esos autores proponen que para lograr este proceso se pueden realizar algunas actividades como:

- Identificar las matemáticas específicas en un contexto general
- Esquematizar
- Formular y visualizar un problema en diferentes formas.
- Descubrir relaciones
- Descubrir regularidades.
- Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas.
- Transferir problemas de la vida real a un problema matemático.
- Transferir problemas matemáticos al mundo real.
- Cuando el problema es transferido, este puede ser abordado con herramientas matemáticas como:
- Representar una relación en una fórmula, una ecuación.
- Probar, demostrar regularidades.
- Refinar y ajustar modelos
- Utilizar diferentes modelos.
- Combinar e integrar modelos.
- Formular un concepto matemático nuevo.
- Generalizar. Es la máxima representación de la modelación.

2. 1.4.3.4 La formulación, comparación, y ejercitación de procedimientos

Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina también llamados “**algoritmos**”. No basta solamente que el estudiante razone, se comunique matemáticamente, y construyan modelos que pueda explicar de su vida cotidiana, es importante que realice cálculos de manera correcta, que efectué operaciones con o sin calculadora. Qué sea capaz de pasar de una expresión algebraica a otra, que mida correctamente longitudes, áreas y perímetros y dar a una expresión algebraica un posible significado a la realidad. Con esto se pretende que el estudiante pueda ejecutar actividades matemáticas que requieran procedimientos sencillos o complejos. Es decir, pueda desenvolverse en la sociedad de manera efectiva ya que los procedimientos son necesarios para aplicar los conocimientos matemáticos en el quehacer diario. Existen muchos procedimientos como actuaciones, estrategias, métodos, técnicas que el estudiante debe aprender a seleccionar y manejarlos correctamente en diversos contextos.

2.1.4.3.5 Formulación, tratamiento y resolución de problemas

Resolver problemas es un proceso que se aplica a todas las actividades matemáticas, pues brinda el contexto sobre el cual los conceptos matemáticos adquieren sentido en la vida cotidiana. La solución de problemas desarrolla una actitud mental perseverante y rigurosa, que le permita interpretar, modificar, responder y formular otros problemas para darle solución o quizás no. Es decir, que desde los lineamientos curriculares la actividad de resolver problemas es considerada como el elemento principal para desarrollar competencias y abordar los conceptos matemáticos. Cuando un estudiante resuelve un problema gana confianza, se siente motivado, además de aumentar la capacidad de comunicar matemáticamente los resultados y utilizar niveles de pensamiento matemático más complejos. Para el desarrollo de este procesos se deben considerar los siguiente.

Según Resnick y Ford (1990) afirman

> *Si se entienden las matemáticas como forma de pensar y de razonar, la consecuencia es que se concibe la resolución y el descubrimiento de los problemas no sólo como medio de enseñar los conceptos matemáticos, sino como objetivos fundamental de la enseñanza de las matemáticas.*

La resolución de problemas es una habilidad que se debe desarrollar en todos los procesos de enseñanza-aprendizaje. El proceso de resolver problemas fue propuesto por Polya y Shoenfeld, citado en los Lineamientos curriculares (1998) "resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados".

Según Polya al resolver un problema se deben seguir cuatro grandes etapas que son:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecución del plan
- Visión retrospectiva

En las etapas el docente cumple un papel fundamental, ya que es el guía para que se puedan desarrollar cada una de ellas. En la comprensión del problema es importante comprender la parte verbal del problema, se debe hacer un buen proceso de lectura y poder identificar las incógnitas, si existe alguna figura relacionada con el problema se debe representar y en ella resaltar los datos. Según Pólya (1965)

> *Es importante que el docente formule preguntas útiles para la resolución de problemas como ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Ha empleado todos los datos? ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo? ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede obtener el resultado de forma diferente? P.19*

Por tal motivo, el docente en la práctica de aula; le debe brindar al estudiante las herramientas necesarias y ayudarlo a apropiarse de los procedimientos para dar solución a los diferentes problemas propios del contexto matemático y de otras áreas. De manera que cada día el estudiante avance en el desarrollo un pensamiento matemático; que le permita ser competente en la sociedad.

Ahora bien, siguiendo con las políticas que ha venido implementando el Ministerio de Educación Nacional MEN en el año 2016; son publicadas las matrices de referencia, los DBA que buscan guiar a los docentes e Instituciones Educativas para alcanzar una educación de calidad. Por eso es importante hacer una revisión para guiar el trabajo de profundización.

2.1.4.4 Matrices de referencia

Es un instrumento de consulta basado en los Estándares Básicos de Competencia (EBC), útil para que cada miembro de la comunidad educativa identifique los resultados de aprendizajes esperados por los estudiantes. Dicha matriz es un instrumento que presenta los aprendizajes que evalúa el Instituto Colombiano para el Fomento para la Educación Superior (ICFES), en cada competencia relacionándolos con las evidencias de lo que debería hacer y manifestar un estudiante que haya logrado dichos aprendizajes en una competencia especifica. Estas matrices constituyen elementos para orientar procesos de planeación, desarrollo y evaluación formativa al establecer relación entre las competencias y los componentes. Es decir, estas matrices son útiles para los docentes, al servir de guía y orientar los procesos pedagógicos en el aula de clase. Por esta razón, es importante hacer una revisión conceptual de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Esto con el propósito de realizar un trabajo de profundización alineado con las políticas de estado.

2.1.4.5 Derechos básicos de aprendizaje (DBA)

Los DBA, en su conjunto, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo.

Los DBA se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándar es Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para construir rutas de enseñanza que promueven la consecución de aprendizaje s año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados. Para el trabajo de profundización se plantea trabajar con el siguiente DBA:

Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.

Ahora bien, los aprendizajes asociados para el alcance del DBA son:

- Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas.
- Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente.
- Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables.
- Describe diferentes usos del signo igual (equivalencia, igualdad condicionada) en las expresiones algebraicas.
- Utiliza las propiedades de los conjuntos numéricos para resolver ecuaciones.

Estas disposiciones marcan el camino a seguir para mejorar los procesos de enseñanza- aprendizaje en el campo de las matemáticas. En este sentido, es necesario concentrarse en el objeto matemático que para el trabajo de **profundización es la**

estructura multiplicativa de polinomios; con el fin de revisar avances en el campo de la didáctica de la matemática desde donde se orienta el trabajo de profundización implementado en las situaciones didácticas propuestas.

2.1.5 Significado del objeto matemático

Teniendo en cuenta que el presente trabajo de profundización tiene como principal objetivo el diseño de una propuesta didáctica que permite el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios utilizando como herramienta la caja de polinomios. En dicha estructuras se deben tener en cuenta las relaciones que tienen con otros conceptos matemáticos y las diferentes formas de representar estas relaciones y los fenómenos que dan sentido al concepto en diferentes contextos. Según (Rico, citado por Gómez 2007, pp. 23-27) el significado de un concepto en la matemática escolar atiende tres dimensiones que son: **la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología lo que implica tener presente el objeto, el concepto y la estructura matemática**.

Se abordarán la estructura multiplicativa desde estas tres dimensiones además se debe tener presente el (**objeto, el concepto y la estructura matemática)**, las relaciones (horizontales y verticales) y los fenómenos en los que el concepto de multiplicación de polinomios adquiere relevancia en cualquier contexto. Teniendo en cuenta las diferentes concepciones

> *Los objetos matemáticos deben ser considerados como símbolos de unidades culturales, emergentes de un sistema de usos ligados a las actividades de resolución de problemas que realizan cierto grupo de personas y que van evolucionando con el tiempo. En nuestra concepción, es el hecho de que en el seno de ciertas instituciones se realizan cierto tipo de prácticas lo que determina la emergencia progresiva de los "objetos matemáticos" y que el "significado "de estos objetos este íntimamente ligado con los problemas y a la actividad realizada para su*

> *resolución, no pudiéndose reducir este significado del objeto a su mera definición matemática según (D'Amore B; Godino 2006 p.180).*
> *En la enseñanza de las matemáticas hay que tener claro que el aprendizaje matemático de un objeto por parte de un individuo en la sociedad no es más que la adhesión del individuo a las prácticas que los otros miembros de la sociedad desarrollan alrededor del objeto dado (D'Amore, en Amore, Radford y Bagni,2006,p.21).*

Asimismo, como lo expone Blumer un objeto matemático es "cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo ". (1969, et, 1982 p.8). A su vez Godino plantea que un objeto matemático es todo lo que es indicado, señalado, nombrado cuando se construye o se aprende matemáticas" (2002 p.181). Por esta razón es necesario delimitar el objeto matemático de nuestro trabajo de profundización la estructura multiplicativa de polinomios teniendo en cuenta como referentes los siguientes tipos:

- El lenguaje en el cual se tiene en cuenta los términos, expresiones, notaciones, gráfico.
- Las situaciones entendidas como problemas, aplicaciones, extra-matemáticas, ejercicios.
- Las acciones que comprenden operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos.
- Los conceptos los cuales han de ser introducido mediante definiciones o descripciones. (términos, expresiones, notaciones, problemas, operaciones, algoritmos. Procedimientos entre otros)
- Propiedad o atributos de los objetos (enunciado sobre el concepto).
- Argumentos (Por ejemplo, los que se usan para validar o explicar los enunciados, por deducción u otros tipos).

Tal como lo plantea D'Amore; Godino (2006) "*estos objetos matemáticos se organizan en entidades más complejas como son sistemas conceptuales, teorías*" (p. 28-29). Por eso, en el aprendizaje del objeto de estructura multiplicativa se hará un recorrido por el pensamiento numérico y variacional asociado al área, perímetro y volumen desde donde se representaran expresiones algebraicas en la cual es importante tener en cuenta los signos como la representación adecuada del significado. Puesto, que los signos componen el lenguaje y marcan el camino en el cual se construye el pensamiento, y la forma como ha de ser comunicado. “El lenguaje algebraico impone una sobriedad al que piensa y se expresa, una sobriedad en los modos de significación que fue impensable antes del Renacimiento, impone una contracción semiótica”.(Radford en D’Amore 2006 p.184).

Para la construcción del significado del objeto matemático la estructura multiplicativa de polinomios se tendrá en cuenta las tres dimensiones según (Rico, citado por Gómez 2007, p. 23-27) las cuales son: Estructura Conceptual, los sistemas de representación, y la fenomenología.

2.1.5.1 La estructura conceptual (EC)

La estructura multiplicativa de polinomios hace parte de los contenidos que configura el objeto matemático su concepto y las relaciones existentes con otros conceptos jerárquicos los cuales serán analizados en este trabajo de profundización. Es importante conocer los rasgos generales de la caja de polinomios como estrategia didáctica en la enseñanza de la estructura multiplicativa de polinomios. Como se ha mencionado anteriormente es un material concreto que a través de la historia ha mostrado gran utilidad en la comprensión de los conocimientos algebraicos. A continuación se hace un rastreo epistemológico de dicha herramienta que a partir de la manipulación concreta ayuda al estudiante a relacionar, representar y comunicar desde un lenguaje cotidiano a un lenguaje algebraico.

2.1.5.2 El rastreo epistemológico de la caja de polinomios

La caja de polinomios tiene su origen con el aporte del filósofo y matemático Euclides en el siglo III a.c su obra está constituida por 13 libros que son una sucesión de teoremas y en él se exponen las bases de la geometría es por esta razón que es considerado como el padre de la geometría. Euclides en su libro I de Los Elementos entrega el teorema 43 el cual permite la construcción de unas figuras rectangulares de distintas dimensiones, las cuales tienen la misma área y se apoya en la proposición 34 planteada en el mismo texto que demuestra que cualquier diagonal de un paralelogramo lo divide en partes iguales; de esta manera se utiliza la una noción común en la cual Euclides asegura “Y si de las cosas iguales se quitan cosas iguales, los restos son iguales”. Muchos de sus teoremas siguen teniendo influencia en la actualidad.

El segundo matemático es Al -Sabi Tabit ibn Qurra al-Harrani quien nació en el año 826, en Mesopotamia y murió en 901 en Bagdad (ahora Irak). Perteneció a la secta de Sabían, la cual inducia a sus adeptos a estudiar astronomía y matemáticas. Así mismo como griego; esto le permitió estudiar los Elementos de Euclides. Estudió matemáticas he izo importantes aportes como extensión del concepto de números reales positivos y en el álgebra en particular en la solución de ecuaciones de cuadráticas. Este matemático introduce el concepto de homogenización el cual permite tratar a los polinomios mediante la representación de las áreas de los rectángulos, teniendo en cuenta las dimensiones de la base y de la altura. Por ultimo plantea un juego en el cual extiende su aplicación a polinomios con coeficientes negativos para ello utiliza el plano cartesiano, cuya creación se debe a Pierre de Fermat y a Renato Descartes, siglo XVII d. C.

Estos famosos matemáticos dieron un aporte importante a la humanidad con el origen de la caja de polinomios y la forma como puede ser introducida en el campo de la matemática y los fundamentos matemáticos que encierra este juego.

- En la construcción de las fichas de igual área se utiliza el principio de sustitución en la Caja de Polinomios, se fundamenta en el teorema 43 de los elementos de Euclides, importante para el soporte matemático del material didáctico.
- El criterio de homogenización de Tabit que explica cómo convertir los polinomios en objetos concretos siempre que sus coeficientes sean números enteros o también racionales. En la página 57 del libro Recorriendo el Álgebra escrito por Acevedo, M y Falk, M quienes proponen el uso de unas tarjetas rectangulares que posibilitan la representación de polinomios de grado dos en una variable y con coeficientes enteros positivos idea tomada de Tabit puesta en nuestro contexto.

Para solucionar problemas que se representaran de la formas $x^2 + mx = n$ Tabit ibn Qurra al-Harrani evidencia que no se puede igualar área con longitud, ni áreas y longitudes con números (objetos adimensionales) e introduce una unidad de medida (e) que le permite escribir la ecuación anterior como $x^2 + m(e)x = n(e)^2$.

El mecanismo de introducir (e), se conoce como proceso de homogenización y ha permitido elaborar una representación geométrica que se usa para factorizar, multiplicar, dividir, sumar y restar expresiones cuadráticas de manera tangible mediante la utilización de fichas que pueden ser elaboradas por los mismos estudiantes, que permite la aplicación de las estructuras multiplicativas y también sirve para la factorización de los mismos. Además de fortalecer tópicos como áreas, perímetros y volumen.

Es así como se construye los primeros rectángulos básicos fundamentales, que se denotan $X^{2,}$ X y 1

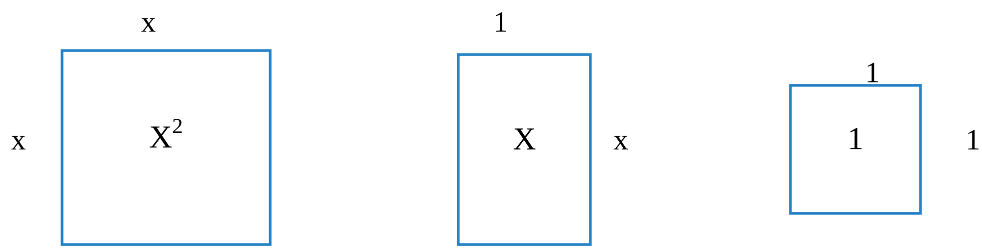


Figura No 2 Fichas de la caja de polinomios

Fuente: recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf

Con estas figuras rectangulares es posible representar geométricamente un polinomio cuadrático con coeficientes enteros, sin embargo no es posible representar polinomios de grado superior, esta dificultad se abordó en el desarrollo de la especialización de la enseñanza de la matemática de la Universidad de Nariño en el año de 1997, y su solución condujo a la construcción del material didáctico denominado Caja de polinomios que permite tratar el álgebra de polinomios hasta cuarto grado y en dos variables. Las operaciones algebraicas se realizan con esta herramienta y consiste esencialmente en armar un rompecabezas, construyendo rectángulos con la única regla de que fichas contiguas coincidan en la dimensión de sus bordes vecinos.

Ejemplo: el polinomio $X^2 + 4x + 4$, se representa tomando un cuadrado x^2 y cuatro rectángulos x, y cuatro cuadrados 1

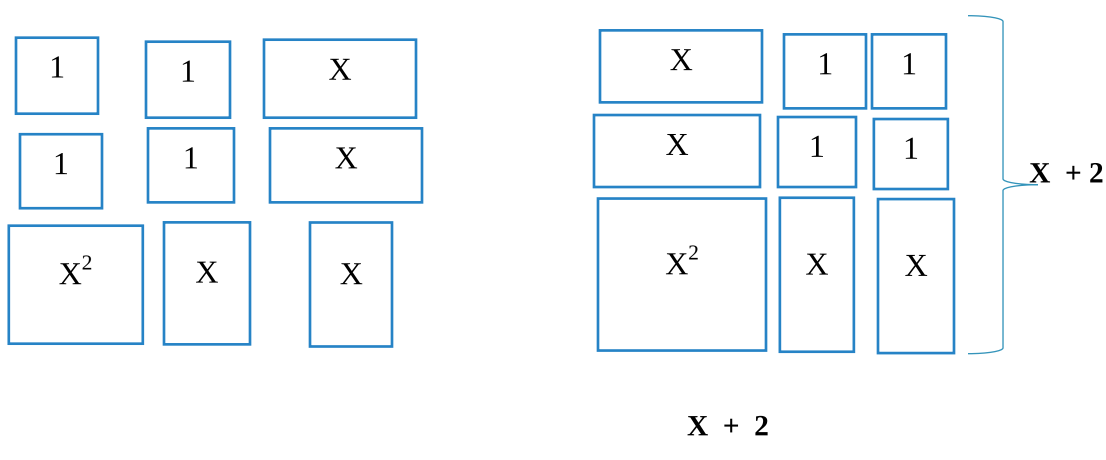


Figura No 3 Ejemplo de la representación del polinomio con las fichas de la caja de polinomios
Fuente: *recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf*

Esta gráfica define de manera clara que $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ como se observa que al posesionar las fichas de tal forma que coincidan por cada uno de sus lados con otras fichas que componen el polinomio, e igualar la suma de las áreas de todas las fichas con el área del cuadrado que se puede configurar con ellas, al multiplicar sus lados.

2.1.5.3 Concepto de Polinomio

Tal como lo plantea Breijo y Domínguez citado por Valdivé (2011) un polinomio es una expresión algebraica que consiste en sumas y restas de monomios. Los monomios que forman un polinomio se denominan términos del polinomio. Se dice que un polinomio esta reducido cuando no tiene monomios semejantes, los cuales también se llaman términos semejantes. Es conveniente trabajar con polinomios reducidos. Un polinomio reducido que tiene exactamente dos términos se llama binomio y un polinomio que tiene exactamente tres términos se llama trinomio.

2.1.5.3.1 Operaciones básicas con polinomios

Esta investigación tiene como propósito la implementación de una propuesta didáctica que permita el aprendizaje de operaciones básicas con polinomios, enfatizando en la estructura aditiva y multiplicativa las cuales se explican a continuación:

2.1.5.3.1.1 Polinomios con coeficientes reales

Si tenemos un conjunto no vacío X, al cual pertenecen todos los elementos de la forma

$P(x) = ao + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots\ldots + a_nx^n$ donde $a_i \in R$, n: 0, 1,2,3……….P(x)

Recibe el nombre de polinomio en “X” con coeficientes reales, y X es un conjunto de polinomios en “X”

2.1.5.3.1.2 Grado de un polinomio en “x”

Si P(X) es un polinomio en”x”, entonces el grado de P se determina con el mayor exponente de “x”.

Ejemplo: Sea $P(x)= 4x^3 + 5x^2 - 3x^4$ en este caso el grado del polinomio P es 4, porque este es el mayor exponente de “x”

2.1.5.3.2 Adición de polinomios:

Sea $P(x) = ao + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots\ldots + a_nx^n$ y $Q(X)$ $bo + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \ldots\ldots + b_nx^n$ donde $a_i, b_i \in R$, n: 0, 1,2,3..........dos polinomios “X” que pertenecen a X con ellos definimos la operación de adición de la siguiente manera.

$P(x) + Q(x) = (ao + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots + a_nx^n) + (bo + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \ldots + b_nx^n) = (a_o + b_o) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)X^2 + (a_3 + b_3)X^3 + (a_n + b_n)x^n$

P(x) + Q (x), es otro polinomio en “x” que también pertenece a X.

Para calcular P(x) + Q (x) se recomienda utilizar los cuadrantes segundo y tercero para escribir sobre ellos el sumando P (x) mientras que el sumando Q (x) se escriben en los cuadrantes primero y cuarto; con el fin de facilitar la lectura de la suma es conveniente retirar, a continuación, las fichas que producen ceros. Por lo tanto, la disposición en el plano cartesiano para realizar la suma de p(x) = $2x^2 - 3x + 2$ con Q (x) = $-x^2 + 2x - 3$

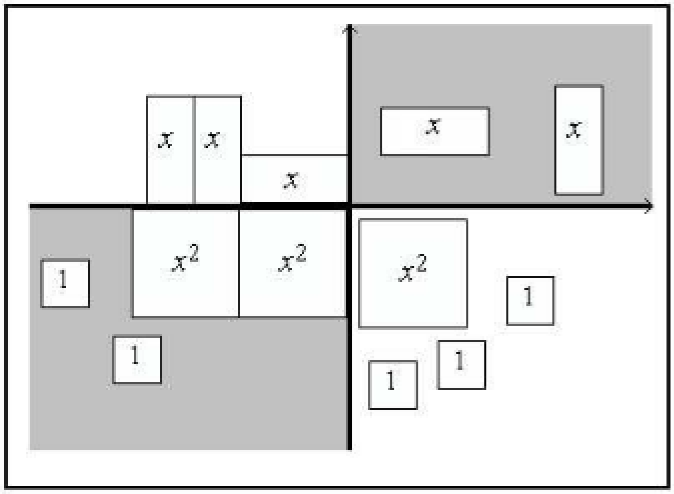


Figura No 4 Representación de la adición de polinomios
Fuente: recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf

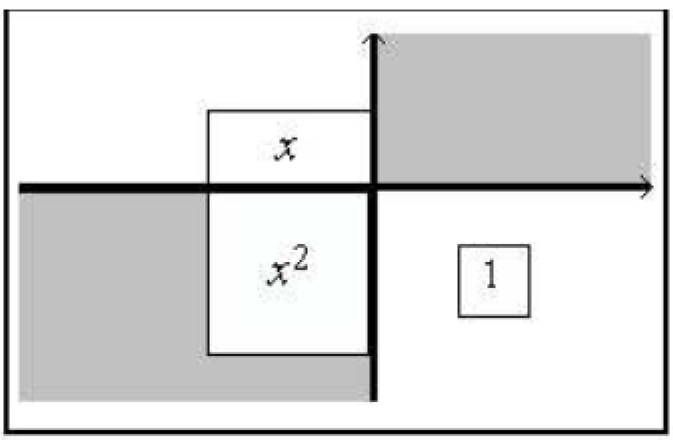
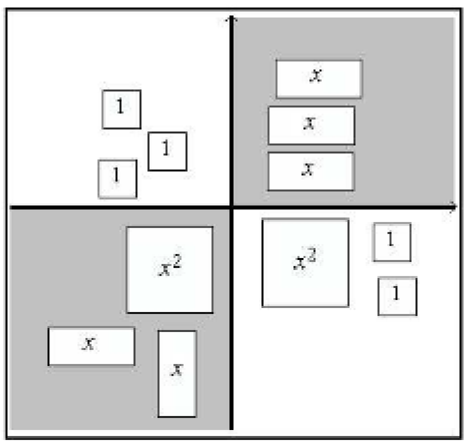


Figura No 5 Ejemplo del resultado de la operación de adición de la representación de la figura No 4
Fuente: recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf

El cual corresponde al polinomio $(x^2 – 3x + 2)$, es decir, $(2x^2 + 3x + 2) + (-x^2 + 2x - 3) = x^2 - x - 1$

2.1.5.3.3 Sustracción de polinomios

La diferencia p(x) - q(x) se obtiene de manera análoga a la adición. Las fichas correspondientes al sustraendo que se ubican en los cuadrantes primero y cuatro se trasladan a los cuadrantes segundo y tercero respectivamente. La lectura del resultado se obtiene eliminado las parejas de los de ceros. Las figuras 9. 10, y 11 corresponden a (x^2 + 2x - 3) - (x^2 + 3x - 2). De modo que P (x) - q (x) es $2x^2$ - x - 1



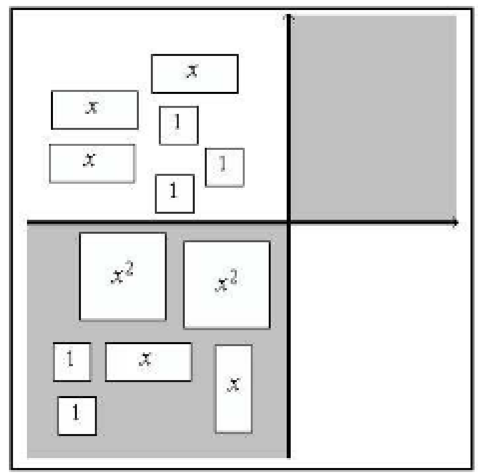


Figura No 6 Ejemplos de la representación de la operación de sustracción.
Fuente: *recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf*

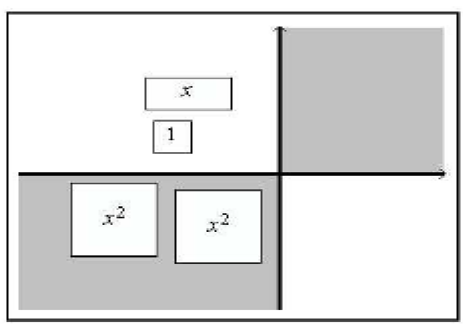
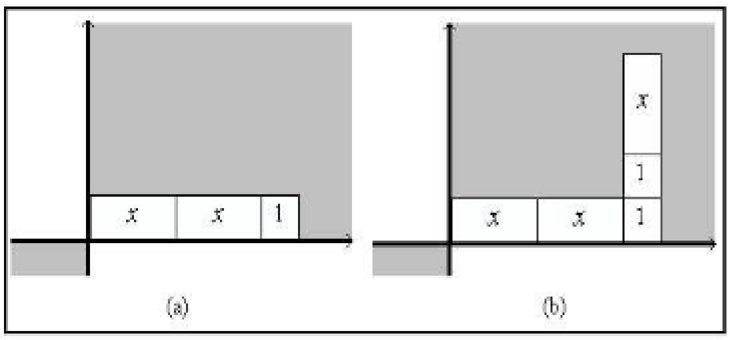


Figura No 7 Resultado de la operación de sustracción del ejemplo anterior
Fuente: recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf

2.1.5.3.4 Multiplicación de polinomios

Con los rectángulos básicos de dimensión 2 solo es factible obtener productos de dos factores lineales p(x) = ax + b y q (x) = cx + d. Cada producto se obtiene construyendo un rectángulo cuya base es uno de los factores lineales y la altura el otro, seleccionando fichas que encajen perfectamente como ocurre en todo rompecabezas, observando como regla única que fichas adyacentes deben tener la misma dimensión en su frontera común. Para completar el rectángulo, en general, es necesario añadir tantas fichas como sr requieran. Las figuras representan los pasos sucesivos para hallar el producto.



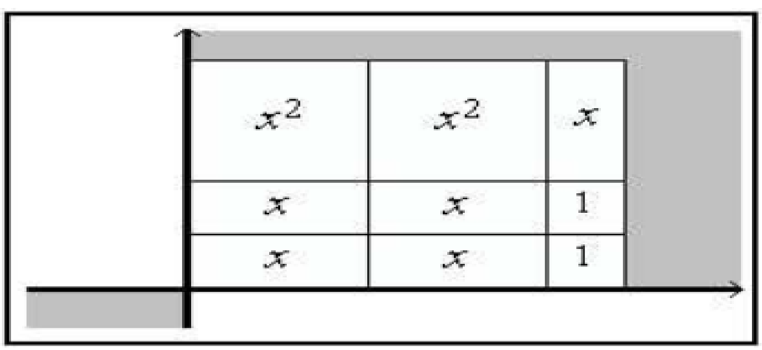


Figura No 8 Representación de los pasos para hallar la multiplicación de polinomios
Fuente: recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf

Tal como las operaciones anteriores, para leer el producto, es conveniente, descuentan las parejas de fichas que producen ceros; una ilustración de esta observación se muestra al calcular (-x + 2). (2x + 3).

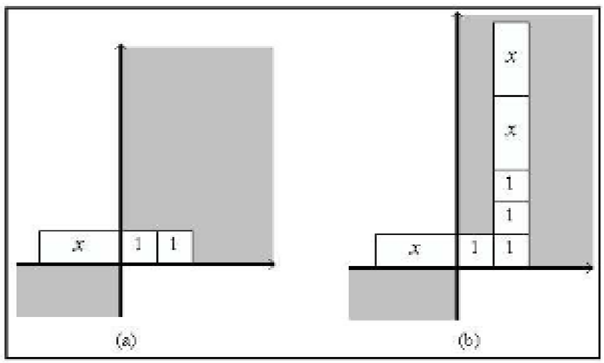


Figura No 9: Representación del producto de polinomio anterior.
Fuente: recuperada http://revistaerm.univalle.edu.co/VolXIIIN1/mosquera.pdf

Teniendo en cuenta los cambios que el Ministerio de Educación Nacional ha propuesto para el campo de las matemáticas; basados en los estándares básicos que sirven de parámetro para medir el nivel de adquisición de conceptos y competencias matemáticas. Los estándares que se pretende alcanzar al implementar la caja de polinomios como estrategia de mediación didáctica en la solución de problemas multiplicativos anteriormente expuestos son:

- *Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.*
- *Construir expresiones algebraicas equivalente a una expresión algebraica dada.*

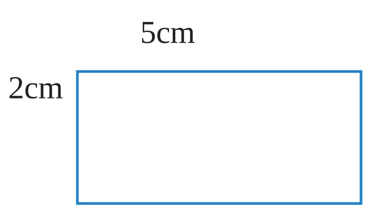
Las sociedades avanzan y con ellas afloran los cambios que los sistemas educativos deben realizar para responder a estas transformaciones sociales y culturales. Las matemáticas como herencia cultural hecha por el ser humano no es la excepción. En la educación colombiana se han dado modificaciones importantes a través del tiempo con los cuales se busca superar esta brecha, es así que con los lineamientos curriculares para el área de matemática emanados del Ministerio de Educación Nacional MEN se recomendó la superación del énfasis de los sistemas matemáticos por cinco (5) tipos de pensamientos matemáticos (Numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio) enfatizando en el pensamiento Numérico y Variacional en el caso del objeto matemático de estudio las estructuras aditivas y multiplicativas con polinomios entre ellos **el numérico y el variacional.**

2.1.6. Pensamiento Numérico

Según Luis Rico **el Pensamiento Numérico** con carácter general se denomina a "La línea de estudio de investigación en didáctica de la matemática que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos en el sistema educativo y en el medio social". (1995 p 4). La estructura multiplicativa de polinomios como objeto matemático se les dificulta a los estudiantes por los diferentes significados, propiedades, algoritmos y métodos de cálculo, esto genera en los estudiantes confusión en su aprendizaje. La representación numérica del objeto matemático en mención se presenta cuando existe la elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos para expresar los conceptos y valores obtenidos al calcular operaciones algebraicas (multiplicativas) las cuales son codificadas, transformadas y comunicadas mediante la utilización de los números.

Teniendo en cuenta que **el pensamiento numérico** comienza desde los primeros años en la introducción de la aritmética escolar y las idea de número que los estudiantes traen de la noosfera; este va realizando un recorrido a medida que avanza en el sistema escolar hasta alcanzar sistemas numéricos superiores como son los enteros, racionales y decimales, en este sentido los docentes deben enfocar la mirada para que estas bases estén bien fundamentadas para poder dar continuidad con los estudios sistemáticos de relaciones numéricas que permite avanzar hasta el sistema de números reales, algunos conceptos de algebra y análisis vistos desde el campo numérico. Por lo tanto denominamos pensamiento numérico a la estructura aditiva y multiplicativa de polinomios ya que está enmarcada dentro del saber matemático. Tal como lo afirma Bruno; A "al exponer algunas ideas sobre el aprendizaje numérico, y al hablar de estructuras multiplicativa no se puede olvidar que estas forman parte del aprendizaje numérico que los alumnos adquieren en su escolaridad obligatoria" (2000 p.1)

Al implementar la caja de polinomios para resolver problemas multiplicativos se fortalece no solo el aprendizaje sino la práctica escolar ya que permite a los maestros reflexionar sobre su quehacer pedagógico, para buscar experiencias más creativas a la hora de transformar un contenidos enseñados. Estos sistemas de representación de la estructura multiplicativa se observan por ejemplo cuando se hallan perímetros, áreas y volúmenes. Como se evidencia en la siguiente situación.



perímetro = 5cm + 5cm + 2cm + 2cm = 14 cm

Área = (2cm). (5cm) = 10 cm^2

Figura No 10 Representación del perímetro y área de un rectángulo.
Fuente: Elaboración propia

Como lo afirma Feferman, 1989 “En la conceptualización de los números está basada en la noción de sistema, hablando con cierta precisión no se refiere a conceptos numéricos simplemente, sino a sistemas o estructuras numéricas. Una estructura numérica es un conjunto de entes abstractos expresados simbólicamente, dotado de unas operaciones o modos de componer números y de unas relaciones mediante las que se comparan dichos entes, sus operaciones y sus relaciones es lo que caracteriza una estructura numérica“ (citado por Rico; 1996 p. 3). Por lo tanto al hablar de las estructuras aditivas como lo afirma Bruno; A “en su conferencia en la cual expone algunas ideas sobre el aprendizaje numérico, enfatiza que al hablar de estructuras aditivas no se puede olvidar que estas forman parte del aprendizaje numérico que los estudiantes adquieren en su etapa escolar “ (2000 p.1)

Así como a estructura aditiva es parte importante en toda la etapa escolar, también lo es la estructura multiplicativa; que además hace parte del trabajo de profundización. Dicha estructura se analiza desde la perspectiva de Vergnaud (1983) quien introduce la teoría de los campos conceptuales. Donde hace énfasis en la estructura multiplicativa; Por tal motivo es necesario para el trabajo de profundización enfatizar en esta teoría.

2.1.7 Teoría de los campos conceptuales: El caso de la estructura multiplicativa

La teoría de los campos conceptuales es una teoría cognitiva, que pretende proporcionar un marco coherente y algunos principios de base para el estudio del desarrollo y del aprendizaje de competencias complejas, especialmente las que se refieren a las ciencias y a las técnicas su principal finalidad es la de proporcionar un marco que permita comprender las filiaciones y las rupturas entre conocimientos.

Al mencionar los términos de filiación y de ruptura se refiere de igual manera al aprendizaje de adultos, estos con ciertos límites y condiciones por hábitos y sesgos de pensamiento que en algunas ocasiones pueden llevar a errores graves, pero también pueden ser eficaces según el contexto donde se desarrolle. Hay que tener presente que el desarrolla cognitivo en el estudiante va ligado de los efectos del aprendizaje.

La teoría de los campos no es especifica de las matemáticas, pero ha sido elaborada primordialmente para dar cuenta de procesos de conceptualización progresiva de las estructuras aditivas, multiplicativas, relaciones número-espacio y del álgebra. Podemos decir entonces que un campo conceptual es un conjunto de situaciones: Por ejemplo, para el campo conceptual de las estructuras aditivas, el conjunto de situaciones que requiere una adición, una sustracción o una combinación de dichas operaciones; y por ***las estructuras multiplicativas***, el conjunto de situaciones que requiere una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones.

La ventaja de esta aproximación mediante situaciones es que permite generar una clasificación basada en el análisis y tareas cognitivas y en los procedimientos que pueden ser puestos en cada una de ellas. En este sentido el concepto de situación no hace alusión a situación didáctica sino más bien el de tarea, la idea es que toda situación compleja se puede utilizar como una combinación de tareas de la que es importante conocer la naturaleza y la dificultad propia. La estructura multiplicativa asume un verdadero reto en cuenta a su aprendizaje, el cual no radica únicamente en los procesos algorítmicos que las comprende sino que además es imprescindible comprender la naturaleza de las cantidades con las que se opera.

Sobre los problemas de estructuras multiplicativas existen investigaciones que han brindado aportes importantes en este campo. Entre ellas sobresalen tres aproximaciones teóricas que han surgido de diferentes interrogantes. A continuación, se expone cada una de ellas desde el punto de vista semántico.

La primera corresponde al trabajo de Fischbein y otros (citado por Nesher 1988), estos autores afirman que los estudiantes desarrollan creencias acerca de las operaciones entre números tales como las siguientes: a) Cuando se multiplica el resultado es mayor que los dos factores b) Cuando de divide, el resultado o cociente es menor que el dividendo y c) la división se puede realizar si el dividendo es mayor que el divisor.

Según esta afirmación, estas creencias permiten a los estudiantes identificar el tipo de estrategias más acertada al momento de resolver un problema. Convirtiéndose en modelos intuitivos que les permiten relacionar una operación con la situación que se le presenta.

Fischbein, y otros (citado por Nesher, 1988) aseguran que el modelo intuitivo relacionado con la multiplicación es la suma reiterado, es decir la repetición de un numero tantas veces como lo indica otro. Lo anterior reafirma sus creencias ya que el operar dos factores el resultado debe ser mayor a cada uno de ellos con excepciones como son el número uno y el cero.

2.1.7.1 Estructura Multiplicativa

Este concepto fue introducido por Vergnaud (1988) y consiste en un conjunto de problemas que involucran operaciones aritméticas de tipo multiplicativo, como multiplicación, división, fracción, razón, etc. Por esta razón, es importante tener en cuenta que en la estructura multiplicativa de polinomios, existen conceptos que están estrechamente interconectados como es el producto de medidas que consiste en la composición cartesiana de dos espacios de medidas diferentes generando un tercero. Abarca problemas como hallar el área, el volumen así como trabajo combinatorio.

2.1.8 Pensamiento variacional:

Es por esta razón como lo afirma Vasco Carlos E (2003):

> *Que es importante impulsar el cambio de las matemáticas estáticas a las dinámicas, del pensamiento de las verdades matemáticas eternas e inmutables al pensamiento* ***variacional,*** *y de la idea tradicional de aplicar las matemáticas a la* ***matematización*** *y* ***modelación*** *de la realidad para construir nueva matemáticas o reconstruir las antiguas".* (p, 1).

Como saber cultural las matemáticas desde la antigüedad nos han permitido hacer representaciones de nuestra realidad, por su uso eminentemente social y cultural. Es por esta razón que hoy en día como lo afirma Vasco C:

> *No necesitamos en nuestro desempeño profesional, ciudadano y personal esas matemáticas puras, estáticas y majestuosas sino más bien las matemáticas dinámicas y fluidas de una tradición ajora desvalorizada en la que se manejan e inventan modelos mentales y se ejercita el pensamiento variacional. En la pedagogía actual le corresponde a este pensamiento introducir al estudiante en los sistemas conceptuales de las matemáticas más puras y refinadas de la cultura actual y enseñarle luego a través de problemas, y ejercicio como aplicarla a fenómenos y procesos de la realidad. 2003, p.*1

Es decir, los docentes deben buscar situaciones innovadoras que involucren a los estudiantes en problemas y ejercicios que surjan de su realidad, cotidianidad, para ser explicados en el mundo matemático mediante la aplicación de un modelo, algoritmo, a esto se conoce como matematización. Es por esta razón, que el pensamiento variacional como lo plantea Vasco C es:

> *Una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas del tal manera que Covarien en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de las mismas o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. El movimiento de este pensamiento tiene pues un momento de captación de lo que cambia y lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos" (2002, p.20.)*

Estos cambios, que se dan de los sistemas numéricos a pensamientos numéricos; introduce en el aula la implementación de procesos como la modelación, comunicación, resolución de problemas, el razonamiento, la ejercitación de procedimientos que permitan el aprendizaje de las matemáticas en contextos significativos para los alumnos. Para lograr una comprensión del pensamiento variacional, es importante, hacer uso de la principal herramienta como son los sistemas analíticos, pero también se pueden emplear otros sistemas como los lógicos, conjuntistas u otros sistemas generales de relaciones y transformaciones.

Es importante resaltar que el trabajo de profundización, se enmarca en el pensamiento numérico-variacional asociado a áreas, perímetros y volúmenes de figuras planas. Por lo tanto es necesario clarificar estos conceptos.

2.1.9 Concepto de área

El concepto de área puede ser entendido cognitivamente como lo afirma Godino (2002) como "la extensión de la superficie. O uno de los rasgos o características de los cuerpos que se mide cuantitativamente es el área o extensión (p.17) y como lo manifiesta Gutiérrez, J y Zapata P

Una primera aproximación al concepto de área puede "*ser mediante el redescubrimiento, para después introducir la idea de que está es un medio conveniente para expresar el tamaño de una región, es decir el número de unidades que son requeridas para cubrir una región plana*" p.63

2.1.10 Concepto de perímetro

El perímetro es una magnitud de longitud que trata de determinar la medida de la longitud de la línea poligonal que encierra la figura o superficie, o de otro modo determinar la longitud total mediante la adición de las medidas de las longitudes de cada uno de los lados que forma la frontera de una superficie.

2.1.11 Concepto de volumen

Según Godino, (2002) "El volumen se usa para designar la característica de todos los cuerpos de ocupar un espacio. Se trata de una magnitud extensiva derivada; cuya unidad principal es el metro cubico" (p. 16) "… puede llamar la atención el hecho de que el volumen y la capacidad parezcan sinónimos, cuando usualmente se suelen entender el volumen como el espacio ocupado y la capacidad como espacio vacío con posibilidad de ser llenado" (Del Olmo y otros 1993. P. 98)

Pero, en este trabajo de profundización se aborda los **Sistemas matemáticos Analíticos y Algebraico** ya que desde esta perspectiva se enmarca el objeto matemático que es la estructura multiplicativa de polinomios.

2.1.12. Sistemas matemático algebraico - analítico

Este sistema de representación que integran el álgebra, la trigonometría, la geometría analítica y el cálculo. Dicho sistema se centran en el estudio de funciones, transformaciones u operadores con sus operaciones y sus relacione de orden superior. Por lo tanto los **sistemas analíticos** son “un tipo particular de sistemas generales de relaciones y transformaciones a saber, aquellos cuyos objetos son transformaciones operaciones, operadores o funciones tomadas activamente, no como relaciones y mucho menos como conjunto de parejas”. (Vasco¸2002, p. 3). Como la estructura aditiva y multiplicativa de polinomios es también una representación del sistema algebraico para (Kaput citado por Posada, Gallo, Gutiérrez, Jaramillo, Monsalve, Munera, Obando, Silva, Vanegas (2006):

> *Potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico, desde los primeros años de educación básica, implica una transformación en las prácticas pedagógicas de los docentes. Estos cambios los clasifica en tres aspectos: 1. Algebraicas las situaciones diseñadas para la enseñanza. 2. Identificar y apoyar los actos y contextos que promueven el razonamiento algebraico de los estudiantes. 3. Consolidar una cultura de clase que promueva el razonamiento algebraico. (p.11).*

El maestro debe ser el mediador para que estas dimensiones propuestas por Kaput tengan éxito en el aula de clase y de esta manera se logre extender a partir de una actividad aritmética o geométrica hacia una actividad algebraica, esto se puede lograr mediante un proceso diseñado, elaborado y planificado por el docente o como un proceso espontaneo que surja del intercambio de saberes que se da en el día a día en el aula de clase (conversaciones algebraicas). En este sentido, los docentes no pueden desconocer que el razonamiento algebraico “*alude al conjunto de procesos, procedimientos y esquemas que dan forma y sentido al pensamiento variacional es decir el desarrollo del pensamiento variacional se fundamenta, o mejor se desarrolla, sobre lo que en general podemos llamar razonamiento algebraico”(Posada, et. al 2006, p; 16, 18).*

2.1.13 Sistemas de representación (SR)

Los sistemas de representación de la estructura multiplicativa de polinomios requiere que los estudiantes asocien las representaciones del lenguaje (representaciones semióticas) las cuales se estructuran con las representaciones de las imágenes (representaciones mentales) en el estudio del objeto matemático del trabajo de profundización es necesario tener en cuenta las representaciones semióticas que enmarcan el enunciado en el lenguaje natural Según (Duval citado por García, Coronado, Montealegre, Giraldo, Tovar, Morales, Cortes 2013 p.230)

Es necesario resalta que, el sistema de representaciones semióticas se enmarca dentro de la competencia matemática representar (CMR) esta "*relacionada con la habilidad de la persona para manejar símbolos y formalismos matemáticos y expresar entidades matemáticas en situaciones y contextos en los que la representación tiene incidencia*" *(García, Colorado, Giraldo 2015 p. 51).* Es por esta razón, que los docentes deben buscar estrategias diferentes para abordar los sistemas de representaciones, para evitar los obstáculos y dificultades que se dan en la comprensión del aprendizaje matemático. A su vez, existen varias formas de representación como lo plantea (Duval citado por García, Coronado, Montealegre, Giraldo, Tovar, Morales, Cortes 2013)

> *El aprendizaje de la matemáticas requiere el uso de sistemas de expresión y representación como son los distintos sistemas de escritura para los conjuntos de números, las notaciones de los objetos matemáticos a través de símbolos, las escrituras algebraicas y lógica, que facilitan la presentación, entre otras, la presentación de las relaciones y las operaciones, las figuras geométricas, los gráficos cartesianos, las redes, los diagramas y los esquemas (p.58).*

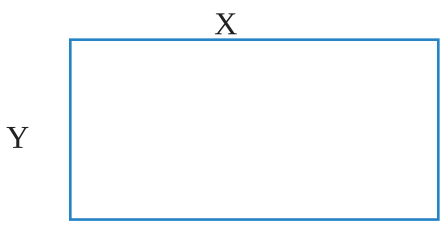
Para complementar (Duval citado por García et. al 2015) "*en el sistema de las representaciones semióticas se estructuran en tres actividades cognitivas propias a toda representación: que son formación, tratamiento y conversión" (p.59).* Para explicar cómo se va abordar este tipo de representaciones en el trabajo de profundización pongo los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1:

Hallar el perímetro de un rectángulo cuyas dimensiones son largo x y ancho y

P= 2x + **2y** $\Rightarrow$ **Registro algebraico**

P= X + X + Y + Y $\Rightarrow$ Se transforma en otra representación del mismo registro **(tratamiento)**



$\Rightarrow$ Se transforma en representaciones en Otro sistema (**conversión**)

Registro gráfico

Figura No 11 Registro gráfico del perímetro
Fuente Elaboración propia

Tabla No 2 Representación del perímetro

Largo	Ancho	Perímetro
X	Y	2x + 2y

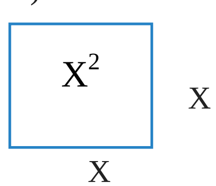
Registro de tablas de datos

Ejemplo 2

Hallar el área de un cuadrado de lado x

A = X^2 $\Rightarrow$ **Registro Algebraico**

A = X. X $\Rightarrow$ Se transforma en otra representación del mismo registro **(tratamiento)**



$\Rightarrow$ Se transforma en representaciones en otro sistema (**conversión**)

Registro gráfico

2.2 Estado de arte

Los procesos de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas es un proceso que hasta el momento ha presentado dificultades para los alumnos, tanto así que se han realizado diferentes estudios, con el fin de entender más de esta problemática. Los niveles de deficiencia en el área de matemáticas es originada por diversos problemas en el aprendizaje, entre los que se encuentra la actitud negativa hacia las matemáticas. Es así como en los salones de clase son muchos los estudiantes quienes presentan este tipo de actitud hacia las matemáticas, haciendo su aprendizaje una actividad aburridora, complicada y por ende displicente. Más aun cuando se da la transición de la aritmética al algebra estas actitudes se agudizan y se hace necesario hacer una revisión bibliográfica sobre los diferentes estudios en este campo que sirvan para delimitar el trabajo de profundización. Se inicia en el contexto Internacional, para luego hacer una revisión a nivel Nacional; posteriormente mirar que aportes se han dado a nivel regional y así tener una visión global de la problemática de estudio.

A nivel internacional, la investigación realizada por Regino Fernández García (2015) De la universidad de Cádiz España titulada "los juegos una herramienta para aprender algebra" propone realizar cambios en las prácticas de aula motivados principalmente por: las problemáticas que tiene el docente al enfrentar los obstáculos y dificultades en el aprendizaje del álgebra y la actitud negativa que tiene el alumnado hacia las Matemáticas. Por esta razón, las técnicas abordadas son el juego y el trabajo cooperativo. Los resultados evidencian que los estudiantes desarrollaron las competencias y mejoraron el aprendizaje del algebra.

Además, La investigación realizada por Rosa María Castillo y Eugenio Casimiro López sobre estrategias didácticas en el aprendizaje de las operaciones de polinomios con el uso de la geometría. Este estudio parte del uso de la geometría y la manipulación de material concreto como una herramienta pedagógica; para la enseñanza de operaciones con polinomios, mediante la implementación de juegos algebraicos, que permitió la dinamización de las clases bajo la metodología activa participativa. Se practicaron variadas estrategias metodológicas entre ellas: el rompecabezas algebraico, el domino algebraico, la caja de polinomios, mediante el uso de teselas para representar divisiones de polinomios, lo que permitió la consolidación de dichas operaciones. Se concluye que la vinculación de la variedad de estrategias generó un estado de ánimo satisfactorio por parte de los participantes, creando conciencia en los estudiantes de Fisca- Matemática sobre la importancia de manipular material concreto en el desarrollo de distintos temas que, a pesar de su grado de dificultad puede haber maneras de ser adaptado e innovar formas de utilizarlo. Esta investigación tiene un enfoque metodológico de tipo cualitativo, descriptivo, analítico y crítico se llevó a cabo en la Universidad de Bluefields Indian & Caribbean University (BICU), sede Rama. La población de muestra consta de 42 estudiantes de la carrera de Física-Matemáticas.

A nivel nacional, el trabajo presentado por Nancy Olarte y Lina Peña (2016) evalúa la incidencia de un ambiente de aprendizaje web que incorpora la teoría de las cantidades intensivas frente a otro ambiente de aprendizaje diseñados de acuerdo con la teoría campos conceptuales con el fin de verificar su incidencia sobre la resolución de problemas de estructura multiplicativa. La investigación se realizó con 53 estudiantes de la Institución Educativa Republica de Israel en Bogotá, con estudiantes de grado sexto, la investigación es de tipo cuantitativa que tiene un corte cuasi experimental con un pretest, postest y un grupo control. Los resultados obtenidos muestran que efectivamente el ambiente de aprendizaje diseñado con el modelo de cantidades intensivas resulto más eficaz a la hora de resolver problemas de estructura multiplicativa.

Además, la investigación realizada por José Rolando Moreno en el año (2016) tiene como propósito establecer las diferencias significativas en el nivel de comprensión de la multiplicación de polinomios a partir del uso de representaciones visuales (mapas conceptuales y diagramas de flujo) en estudiantes de octavo grado, en la Institución Educativa Luis Eduardo Calvo Cano, sede Francisco Londoño de Circasia – Quindío.

La investigación es de tipo mixta, es decir, se realiza mediante un enfoque cuantitativo y otro cualitativo que consistió en dos grupos experimentales y un grupo control. Los resultados evidencian que no hay avances significativos, los resultados obtenidos al realizar la multiplicación de polinomios enteros son independientes de la representación visual empleada, de modo que la comprensión de la multiplicación de polinomios enteros no solo depende del conocimiento que se tenga en cuenta los contenidos o procedimientos, sino en la correcta aplicación de los elementos que identifican las actividades de desempeño que puede verse afectado por otros factores de índole inversa y, por tanto el conocimiento conceptual y procedimental no están sujetos a sus respectivas visuales.

Por otro lado, el estudio realizado por José Martin Villarroel Solís (2014) es una propuesta para la enseñanza de las cuatro operaciones básicas y el proceso de factorización de polinomios en una sola variable, por medio de la herramienta didáctica llamada CAJA DE POLINOMIOS fundamentada en la teoría de APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO propuesta por David Ausubel. Aplicada en los grados octavos de la institución educativa María de los Ángeles Cano Márquez del municipio de Medellín. En la metodología se hizo de manera cualitativa cuasi experimental tendiendo un grupo experimental 8-1 el cual se trabajó con la caja de polinomios y uno control 8-2 el cual siguió el esquema de clases tradicional. Se destinaron 15 horas de las cuales 2 fueron para elaborar el material concreto y el resto en la aplicación de las guías para la adición, sustracción, multiplicación y división. Los resultados obtenidos evidenciaron en el grupo experimental mejores resultados en adición y sustracción. En multiplicación y división los resultados fueron mejores que el grupo control pero no tan significativos debido a la disposición de los estudiantes y al prerrequisito el bajo nivel de las propiedades de la potenciación

A nivel regional el trabajo de El trabajo realizado por Hugo Alfredo Echeverry Materon (2013) busca hacer una indagación cuyo interés está centrado en proponer una estrategia didáctica que promueva el aprendizaje de estructuras multiplicativas en estudiantes del grado quinto de la Institución Mercedes Abrego ubicada en el municipio de Palmira en la sede las Palmeras. La muestra es de 36 estudiantes cuyas edades oscilan entre los 9 y los 12 años. Para ello se realizó un estudio de caso que permitió el análisis y tratamiento de posibles heurísticas de los estudiantes desde la resolución de problemas aritméticos verbales, además de considerar las posibles consecuencias de su estudio a través de la clasificación de enunciados desde el punto de vista semántico. El estudio invita a promover el estudio de la estructura multiplicativa desde la resolución de problemas aritméticos verbales con el fin de promover mejores aprendizajes e impulsar el desarrollo de competencias en matemática a partir de la importancia de la estructura representa en la educación Básica y Media. Además, como una propuesta flexible que adopta el uso de los valores, la realidad, permitiendo a los estudiantes la incorporación de los contenidos tratados de manera significativa, por medio de un proceso de reflexión constante que gira en torno a los estudiantes, los contenidos, el docente y el contexto. Es importante resaltar además como la estrategia didáctica permite analizar y reflexionar la practica educativa con el fin de encaminar su mejoramiento.

El artículo “La caja de polinomios” ilustra la utilización de una herramienta didáctica para la utilización de una herramienta didáctica para la educación básica denominada la caja de polinomios. Esta herramienta fue construida a partir de la idea de homogeneización de polinomios cuadráticos introducida por el matemático Rabe Tabir ibn Qurra al- Harrani en el siglo IX. El propósito de este artículo es el de animar al docente a buscar soportes históricos que contribuyan al desarrollo de nuevas alternativas y estrategias didácticas basadas en lo lúdico. Es importante destacar que el objetivo primordial de la enseñanza básica no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que podría serle útil como ciudadano. Más bien el objetivo consiste en ayudarle a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas y físicas de modo armonioso.

El artículo publicado por Gómez, Mosquera y Soto (2005) sobre “la utilización de una herramienta didáctica para la educación básica denominada La Caja de Polinomios la cual permite el desarrollo del álgebra de polinomios. Esta herramienta fue construida a partir de la idea de homogeneización de polinomios cuadráticos introducida por el matemático árabe Tabit ibn Qurral Harrani en el siglo IX”, (p.1)

Asimismo, el trabajo de investigación Gilberto Rubio Espinosa (2013) busca determinar potencialidades y limitaciones didácticas que genera la manipulación de Algebloks en el diseño de tareas que involucran factorización de polinomios en estudiantes de grado octavo.

A partir de los datos obtenidos concluye que el diseño de tareas con el uso de Algebloks, en el tiempo realizado y bajo las condiciones sociales presentadas, permitió desarrollar las técnicas para la factorización de polinomios específicos de grado 2 y 3 aunque frente a los tipos de tareas en los que no es posible resolver con los Algebloks como polinomios de grado mayor a 3, las técnicas son limitadas. Es necesario, otro tipo de actividades que no involucre el uso de Algebloks, las técnicas a lápiz y papel que permitían factorizar dichos polinomios, son complicadas. De esta manera, el diseño de actividades con los Algebloks permitió factorizar con gran facilidad polinomios de grado "igual" a 3

Ahora bien, en los anteriores antecedentes se destacan el uso de materiales manipulativos en las investigaciones de la enseñanza y aprendizaje del álgebra. Los estándares en matemáticas promueven este ideal igualmente. Además, se promueve el aprendizaje del álgebra en contextos geométricos.

4. Diseño metodológico

El presente trabajo de profundización es de corte no experimental, de tipo transeccional o transversal cuyo enfoque es de tipo cualitativo descriptivo, que busca describir e interpretar acciones de los estudiantes en su proceso de aprendizaje en la implementación de la situación didáctica aplicando la caja de polinomios como estrategia para mejorar el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios. Además, se pretende encontrar las relaciones existentes entre dos o más categorías, conceptos o variables en un momento determinado. Se entiende por investigación cualitativa:

> Estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales—entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos – que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas (Rodríguez; Gil; García. 1996).

Con este enfoque, al realizar el trabajo de profundización se buscó tener contacto con los estudiantes del grupo de estudio, para comprender los sucesos que se dan en la interacción en el aula, espacio donde se realizó la implementación y en el cual se tomaron los datos correspondientes.

3.1 Alcance

El alcance del trabajo de profundización es de carácter descriptivo – interpretativo, orientado en especificar las propiedades, las características y los perfiles importantes de las personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a análisis. Se describen las situaciones, eventos, hechos, recolectando datos sobre una serie de cuestiones y se efectúan mediciones sobre las ellas, buscan especificar propiedades, características y rasgos importantes de la situación observada.

El trabajo de profundización está dirigido a los estudiantes de octavo grado del curso 8-1 de la Institución Educativa Simón Bolívar del Municipio de Jamundí, lo que se pretendió realizar en el segundo periodo fue implementar una situación didáctica mediada por la caja de polinomios que permitiera mejorar el aprendizaje de las estructuras multiplicativa de polinomios.

El presente trabajo, pretendió dejar un precedente para mejorar la práctica del docente al implementar la caja de polinomios como una estrategia de enseñanza diferente a las empleadas por los docentes en la transición del paso de la aritmética al algebra. Esto con el fin de mejorar el proceso de aprendizaje. Por esta razón, el diseño fue transversal, ya que la recolección de datos se realizó en un periodo de tiempo específico y una sola toma de las mismas.

3.2 Muestra

La institución educativa Simón Bolívar ubicada en el casco urbano del Municipio de Jamundí cuenta con tres sedes que ofrece la básica primaria, secundaria y la media académica, donde habitan comunidades de diversas características, esta población está compuesta por población afrodescendiente en su gran mayoría, indígena y mestizos. La Institución educativa cuenta con una población estudiantil de 1870 registrados en el Sistema de Matricula (SIMAT) en el año 2018.

El grupo de muestra para el trabajo de profundización fue el grado 8-1 que cuenta con 40 estudiantes en edades promedio de los 13 a los 17 años, de los cuales el 50% son niños y el 50% niñas; pertenecientes a un nivel socioeconómico de estrato 1 y 2; este grupos se seleccionó porque es el grupo asignado por la Institución al momento de realizar la distribución académica. Además. El docente ha encontrado dificultades en el aprendizaje del pensamiento matemático.

3.3 Técnicas de recolección de datos

Para la recolección de datos se van a emplear las siguientes técnicas que son características de una metodología de investigación cualitativa descriptica aplicada en contextos educativos. Ellas son:

La observación: Es una técnica para recoger información la cual se realiza través de los sentidos, es uno de las técnicas más usadas por los investigadores para describir y comprender la naturaleza del ser humano. La observación pretende describir, explicar, y comprender patrones de conducta o de acción en situaciones particulares. En el trabajo de profundización la observación se utilizó en la implementación de cada una de las situaciones didácticas propuestas, con el fin de describir lo sucedido desde las actividades desarrolladas, estando atentos a las reacciones, emociones, interrogantes que surgieron en los estudiantes durante la práctica de aula.

Encuesta: Es un instrumento que permite que el encuestado conteste preguntas de tipo abiertas y cerradas con el propósito de contrastar las variables de investigación y lo que se desea conocer; posibilita obtener información puntual, detallada y eficaz que al interpretar sus resultados, logra describir la situación de aprendizaje de los estudiantes y una percepción de la actividad realizada. En el trabajo de profundización esta técnica se empleó para conocer la percepción de los estudiantes al finalizar la implementación de la situación didáctica con el grado 8-1.

Las pruebas escritas están diseñados con el propósito de hacerle seguimiento al desarrollo del proyecto. Por lo tanto, se han planteado (2) uno inicialmente que se llama actividad diagnóstica, otra evaluación en el proceso y la tercera evaluación final del proceso.

Evaluación diagnostica

(Ver anexo 4) En ella se hizo el planteamiento de 7 problemas referentes a

Evaluación en el proceso

(Ver anexo 2) Este proceso será evaluado por el docente a través de la aplicación de una rúbrica. Además será descrito por el docente en la etapa de análisis de los resultados, en él se consigna las respuestas construidas por los estudiantes durante la implementación de la situación didáctica evidenciando los avances y las dificultades encontradas en el proceso en cuanto a la solución de problemas de la estructura multiplicativa de polinomios.

Evaluación final del proceso

(Ver anexo 5) en este formato los estudiantes resolvieron problemas matemáticos de tipo multiplicativo aumentando el nivel de complejidad, para conocer si mejoran en la comprensión del objeto matemático multiplicativo, los planteamientos de los ejercicios se llevaron a cabo de acuerdo a las estructuras multiplicativas, y los resultados obtenidos se analizaron para obtener una conclusión al finalizar el proceso sobre ¿Cómo los estudiantes comprenden los problemas matemáticos de tipo multiplicativo?

Registro fotográfico

Los registros fotográficos se registraron en el momento en que los estudiantes estuvieron presentado la situación didáctica en el contexto escolar, y en los procesos de evaluación que se efectuaron durante el proceso **(Ver anexos 7).**

Tabla comparativa

(Ver tabla 14 y 15) Para analizar la forma como respondieron las evaluaciones diagnostica y final los estudiantes, se realizó una tabla comparativa que sirvió de instrumento para esta valoración, en ella se especifican los resultados obtenidos en la solución de los problemas planteados en las evaluaciones efectuadas en la implementación de la situación didáctica.

3.4 Procedimientos

La indagación se estructuró en cuatro fases. En la primera fase, se construyó el marco de referentes conceptuales considerando la información obtenida en el estado del arte, la formulación del problema y la justificación de la investigación; la segunda fase, es la construcción del marco metodológico, en el cual se establece el tipo de estudio, el alcance de la investigación, la muestra y las técnicas para recoger la información que permitan dar respuesta a la pregunta de investigación.

En la tercera fase, se desarrolló la investigación, a partir de la implementación de la caja de polinomios para el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios en la muestra elegida, el diseño e implementación de la situación didáctica, la cual fue la estrategia de enseñanza optada para lograr el objetivo propuesto y por último el análisis de los resultados obtenidos durante el desarrollo de la situación didáctica.

La cuarta fase, se presenta el análisis de los datos obtenidos a partir de los resultados obtenidos en el trabajo realizado con los aportes del marco teórico y el estado del arte, lo anterior con el propósito de concluir que tan pertinente fue la estrategia empleada en la solución del problema de investigación; con lo anterior se construyeron las conclusiones y las recomendaciones pertinentes.

5. Análisis de los resultados

4.1 Análisis de la prueba diagnóstica

(Ver anexo 4). La prueba diagnóstica se aplicó a cuarenta (40) estudiantes del grado 8-1, de la jornada de la mañana; en ella se hizo el planteamiento de siete (7) problemas. El primer problema con 4 incisos u en cada inciso se halló el área y el perímetro de las figuras planteadas (cuadros y rectángulos). Es pertinente mencionar que los incisos (1a) y (1c), de la pregunta 1 y los seis siguientes problemas se resolvieron mediante la aritmética y geometría. Los incisos (1b), (1d) requerían de conocimientos en álgebra para su solución.

Los problemas planteados hacían referencia a la estructura multiplicativa donde el estudiantado hizo evidente los saberes previos referentes a la solución de problemas sobre áreas, perímetros y volúmenes. Los datos obtenidos sirven como punto de referencia para comparar los resultados con la evaluación del proceso y la evaluación final. La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, para su análisis se toma pregunta por pregunta.

Tabla No 3 *Resultado del problema sobre Área y Perímetro.*

Reactivo	1ª		1b		1c		1d	
Respuesta	Área	Perímetro	Área	Perímetro	Área	Perímetro	Área	Perímetro
Correcta	4	19	--	1	13	12	--	1
Incorrecta	36	13	34	28	26	20	30	22
En blanco	--	8	6	11	1	8	10	17

4.2.1. Análisis de los resultados obtenidos para la pregunta 1 en la prueba diagnóstica

En el cuadro anterior se observa que el problema 1 con sus cuatro (4) incisos necesita de conocimientos en aritmética, geometría y unos conocimientos minimos de álgebra para ser resuelto totalmente. Un dato relevante es que ningún estudiante de los cuarenta (40) que presentaron la prueba respondieron correctamente el inciso 1b y 1d donde debían hallar el área de rectángulos con conocimientos minimos de álgebra (producto del largo por ancho) donde interviene un lenguaje algebraico. En los mismos incisos (1b y 1d) solamente dos (2) estudiantes hallaron correctamente el perímetro.

En términos generales podríamos afirmar que son minimos las habilidades algebraicas que han desarrollado los estudiantes en los años escolares anteriores pero, también se evidencia que los incisos (1a y 1c) donde se hallaba el área y el perímetro empleando los conocimientos básicos de aritmética los resultados obtenidos también son bajos.

4.2.2 Análisis de la pregunta No 2

Tabla *No 4 Resultados del problema 2 (Dimensión largo)*

Reactivo Respuesta	**Número de estudiantes**
Correcta	9
Incorrecta	23
En blanco	8

Este problema tenía como objetivo determinar si los estudiantes podían relacionar el área de un rectángulo con sus dimensiones (largo y ancho) y solamente nueve (9) estudiantes de un total de cuarenta (40) estudiantes respondieron acertadamente.

4.2.3 Análisis de la pregunta No 3

Tabla No 5 *Resultados del problema No 3 (Dimensiones; Largo y ancho*)

Reactivo Respuesta	**Número de pregunta**
Correcta	6
Incorrecta	20
En blanco	14

Con este problema se pretendía que los estudiantes utilizarán términos como la tercera parte de un número o de un lado del rectángulo, se evidencia que hay dificultad en relacionar que la tercera parte de un número significa dividir entre 3 dicho número.

Solamente seis (6) estudiantes de un total de cuarenta (40) respondieron correctamente ese problema.

4.2.4 Análisis de la pregunta No 4

Tabla No 6 *Resultado del problema No 4 (Área)*

Reactivo - Respuesta	**Número de estudiantes**
Correcta	---
Incorrecta	30
En blanco	10

Con este problema, se buscaba que los estudiantes hallarán el área parcial conociendo el área total, también se ponía en juego la observación, el análisis y representación de un problema. Ningún estudiante de los cuarenta (40) que presentaron la prueba respondió acertadamente.

4.2.5 Análisis de la pregunta No 5

Tabla No 7 *Resultado del problema No 5 (Perímetro)*

Reactivo – Respuesta	***Número de estudiantes***
Correcta	1
Incorrecta	32
En blanco	7

Con este problema se buscaba que los estudiantes relacionarán el área de una figura compuesta por cuadrados, con el perímetro de la misma figura, se evidenció gran dificultad en hacer dicha relación puesto que solamente 1 estudiante de los cuarenta (40) estudiantes respondió correctamente.

4.2.6 Análisis de la pregunta No 6

Tabla No 8 *Resultado del problema No 6 (área parcial)*

Reactivo- Respuesta	**Número de estudiantes**

Correcta	1
Incorrecta	29
En blanco	10

Este problema buscaba que los estudiantes verificarán que el área de un cuadrado se halla multiplicando lado por lado (1.1) y además, que si le dan un lado del cuadrado puede hallar su área. Se pudo evidenciar la confusión que tienen del concepto de cuadrado y área del mismo ya que solamente un (1) estudiante respondió correctamente.

4.2.7 Análisis de la pregunta No 7

Tabla No 9 *Resultado del problema 7 (Volumen)*

Reactivo- Respuesta	Número de estudiantes
Correcta	
Incorrecta	34
En blanco	6

Este problema buscaba que los estudiantes utilizarán el concepto de volumen y el proceso aritmético de hallarlo. Los hallazgos encontrados evidencian una enorme dificultad para resolver dicho problema, ningún estudiante respondió correctamente.

En conclusión, frente a los hallazgos encontrados en la aplicación de la prueba diagnóstica, se puede deducir que los estudiantes tienen dificultades para comprender en los conceptos de áreas, perímetros y volúmenes de figuras planas; y también, para interpretar y dar solución a problemas asociados a la estructura multiplicativa. En consecuencia se puede inferir que los estudiantes presentan dificultades para pasar del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico.

4.2. Análisis de la evaluación del proceso en la situación didáctica

4.2.1 Análisis de la situación de acción

En esta situación de acción, en la cual participaron 37 de los 40 estudiantes que asisten de manera regular en el grado 8-1. Posteriormente, se presentó a los estudiantes una situación ***problema "la huerta escolar"*** donde a partir de un gráfico que la representa con sus dimensiones se hace la primera pregunta que es ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de la huerta? A continuación se describe el siguiente fragmento de una clase el cual quedó registrado así:

P: Les voy a entregar un problema el cual deben realizar de manera individual en una hoja cuadriculada; en ella registrarán los procedimientos efectuados para dar solución a las preguntas del problema.

E1: Profesor, utilizamos las fichas de la caja de polinomios

P: Como ustedes quieran, lo único que deben hacer es explicar el proceso de cómo llegan a la explicación de las preguntas formuladas en el problema.

E2: Que hacemos con esta hoja

P: En ella registran sus procedimientos.

En cuanto a la pregunta 1 cuál es la expresión algebraica que representa el área de la huerta se rescata el siguiente fragmento de la clase

E3: Para representar el área multiplico o sumo

P: y como hallas tú el perímetro

E4: El perímetro se halla sumando los lados de la figura

E3: Ah ya entonces para el área multiplico el largo por el ancho.

P: y cuanto da X. 20

E5: Pues eso da 20.X

E6: Es lo mismo profesor X.20 que 20.X

A continuación, se presenta la tabla que muestra el número de respuestas dadas por los estudiantes.

Tabla No 10 *Resultados de la primera pregunta de la situación de acción*

Reactivo-respuesta	Número de estudiantes
Correctas	15
Incorrectas	21
En blanco	1

En el transcurso de la situación al resolver la pregunta No 2 de la situación de acción se presenta otro fragmento que hace evidente que los estudiantes tienen dificultades en las operaciones al sumar una misma variable

E3: Profesor X+X+X+X es igual a X^4

Profesor: entonces a que es igual X.X.X.X

E4: Profesor Da X^4

Profesor: Porque da ese resultado

E4: Porque se está multiplicando potencias de igual base donde se deja la misma letra y se suman los exponentes.

Profesor: Entonces, es lo mismo X+X+X+X

E3: Ah no es una suma, entonces se suman normal los términos semejantes.

Otro hallazgo encontrado y registrado en el diario de clase se muestra a continuación donde se hace evidente que al sumar variables y constantes, los estudiantes sumaron las constantes y le agregaron la variable a la respuesta final.

EJ: “20+X+20+X+X+X = 40X”

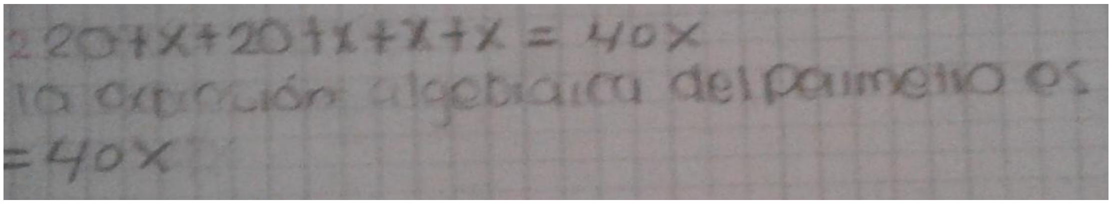


Figura No 12 Registro de la clase situación de acción errores comunes
Fuente: ejercicio presentado por la alumna Katherine Carabalí.

A continuación se muestra los resultados obtenidos a la pregunta No 2

Tabla No 11 *Resultado obtenidos sobre la expresión algebraica que representa el perímetro.*

Reactivo – Respuesta	**Número de estudiantes**
Correcta	16
Incorrecta	19
En blanco	2

Se evidencia un avance en el concepto de área y perímetro y la operación aditiva que es la base para la estructura multiplicativa de polinomios.

En cuanto a la pregunta No 3 cuanto dará el área y el perímetro de la huerta si X toma los valores de 4, 5, 10, 15 los resultados obtenidos se muestran a continuación.

Tabla No 12 *Resultados obtenidos cuando X toma valores de 4, 5, 10, 15*

Reactivo Respuesta	3ª		3b		3c		3d	
	Perímetro	Área	Perímetro	Área	Perímetro	Área	Perímetro	Área
Correcta	9	10	9	10	9	10	10	10
Incorrecta	19	18	19	18	19	18	18	18
En blanco	9	9	9	9	9	9	9	9

Al efectuar el análisis se pueden mencionar los siguientes hallazgos, la primera dificultad es la confusión que presentan los estudiantes al hallar el valor numérico de una expresión algebraica; pues estos no tienen claro el valor que se obtiene al reemplazar las variables por sus respectivos valores. Como ya se dijo se presentó gran dificultad al hallar el valor numérico para la expresión del perímetro y área.

Se presentaron errores como el siguiente; para hallar el valor numérico en la expresión de perímetro cuando X= 4 dicen “que es 40 + 16” porque multipliqué 20 por 2, ya que hay dos lados que tienen el número 20 y esto es igual a 40. El 16 lo encontré multiplicando 4 por los cuatro lados del rectángulo y así sucesivamente para X= 5, para X= 10 y para X = 15.

Para hallar el valor numérico en la expresión de área cuando X= 4 dicen “que es (20+4). (20+4). (4). (4) = 400+80+80+80+80+16+16+16= 400 +320+38” aunque tiene claro que X toma el valor de 4, el estudiante multiplica todos los lados del rectángulo y aún más presenta errores al resolver dicha multiplicación. A continuación se muestra el ejercicio realizado por el estudiante Joyner Andrés Carabalí.

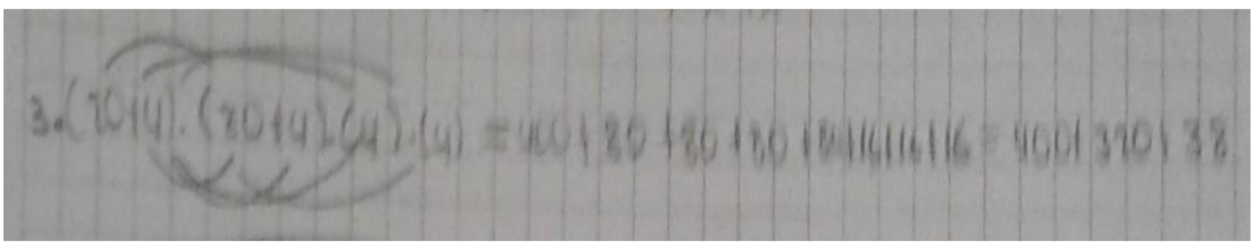


Figura No 13 Registro de errores representativos del valor numérico de un polinomio.
Fuente: Ejercicio presentado por Joyner Andrés Carabalí.

Lo que se obtiene al final no corresponde al valor numérico en la expresión de perímetro ni en la expresión de área, pues existe la confusión entre los conceptos de área y perímetro.

También se presentan otros errores comunes para hallar la expresión que representa el área del rectángulo donde multiplican todos los lados entre sí

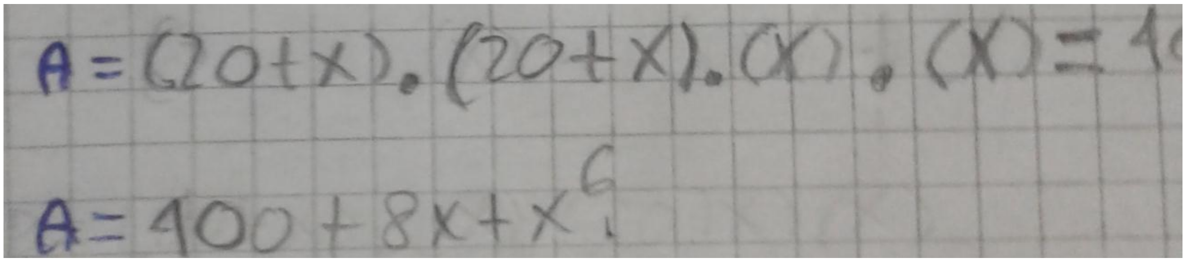


Figura No 14 Registro de errores representativos al hallar el área del rectángulo
Fuente: Ejercicio presentado por Alexander Murcia. .

Aunque relaciona el área del rectángulo con una multiplicación de sus lados, la confusión es la falta de conceptualización y contextualización de que dicha área se halla multiplicando la base del rectángulo por su altura; para dar claridad a estas confusiones es importante la representación con material concreto como es la caja de polinomios donde se puede verificar el área construyendo la figura con sus respectivas fichas.

4.2.2. Análisis de la situación de formulación

En esta situación el docente le plantea a los estudiantes que se organicen en grupos de cuatro (4) explicando previamente cada uno de los roles que los estudiantes deben asumir al interior de los grupos con el fin de realizar un trabajo colaborativo entre compañeros. Estos roles son el líder quien se encarga de organizar y orientar el trabajo del grupo, el secretario quien hace la recopilación de las ideas, argumentos de cada uno de los compañeros del equipo, las sintetiza y adecua los procedimientos, el relator quien se encarga de exponer los resultados ante el grupo, el moderador quien controla el tiempo y la palabra de los compañeros. En seguida el docente, les presentó a los estudiantes una situación problema en la cual deberán tener en cuenta las cuatro etapas de Polya (comprender el problema; crear un plan, ejecutar el plan y comprobar la respuesta) para dar solución al problema planteado.

Posteriormente, el docente les entrega a los estudiantes la situación de formulación; dando como consigna

P: Estudiantes lean inicialmente la situación, comprendan primero el problema; y respondan las siguientes preguntas

1. ¿Cómo está compuesta la figura?

E1: Se observan un cuadrado grande y otros pequeños.

E2: No todos son cuadrados en el dibujo se observan rectángulos.

P: y esos cuadrados y rectángulos que figura forman

E3: Forma una figura grande

E4: Forma un rectángulo con cuadrados y rectángulos pequeños adentro.

E5: Ese rectángulo grande está lleno de cultivo de cebolla, espinaca y zanahoria.

P: Estudiantes entonces que es lo que se debe averiguar en el problema.

E6: Cuántas zanahorias hay, cuantas espinacas hay y cuantas cebollas hay.

E7. No, lo que tenemos que averiguar es la cantidad sembrada de cada cultivo.

P: Bueno y que se podría hacer para calcular la cantidad de cultivo de cada especie.

E1: Sumando los cuadros

E2: Pero, si todos no son cuadros como los vamos a sumar

P: y no se pueden formar cuadrados

E3: si, profesor se puede hacer una cuadricula y se sacan cuadritos pequeños.

E4: Pero es más fácil hallar el área de cada cultivo.

P: Ah entonces, ya tenemos un plan para resolver el problema, entonces como podemos hallar el área de cada cultivo.

E8: Profesor, pero en la figura ya nos dan $9X^2$ que representa el cultivo de zanahoria

E9: Ah entonces si ese es el área del cultivo de zanahoria, se puede decir que el lado del cultivo de zanahoria es 3X por cada lado.

E10: Ah entonces es un cuadrado.

P: Entonces, ¿cuál es el área de ese cuadrado?

A continuación se muestra algunos de las respuestas construidas en los grupos en la primera etapa comprender un problema siguiendo los pasos de Polya.

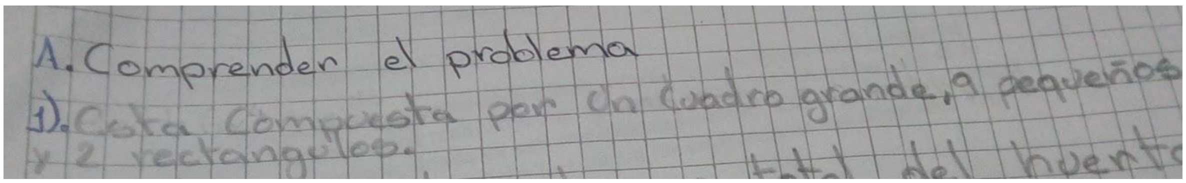


Figura No 15 Respuesta dada por a la pregunta No 1 comprender el problema de Polya
Fuente: Trabajo realizado por el grupo No 2

En la siguiente figura se puede encontrar que este grupo No 2 explica la comprensión del problema desde un lenguaje común.

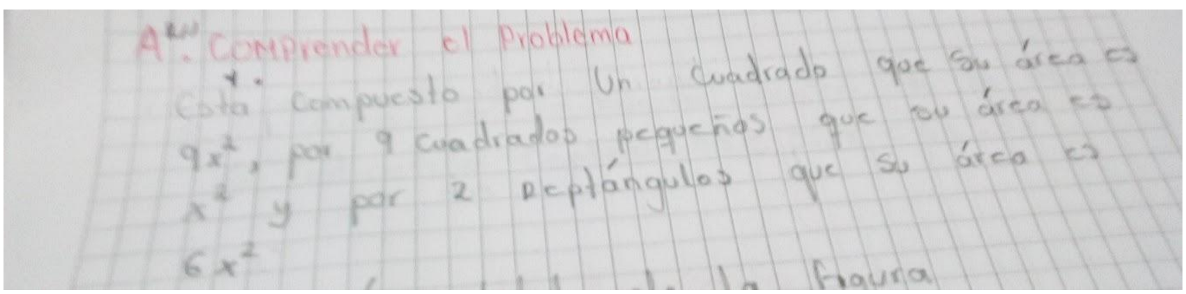


Figura No 16 Respuesta dada a la pregunta 1 comprender el problema
Fuente: Trabajo realizado por el grupo No 3

En la figura anterior se presenta la explicación construida por el grupo No 3 en donde hace evidente que ya los estudiantes combinan el lenguaje común con el lenguaje algebraico en la comprensión del problema.

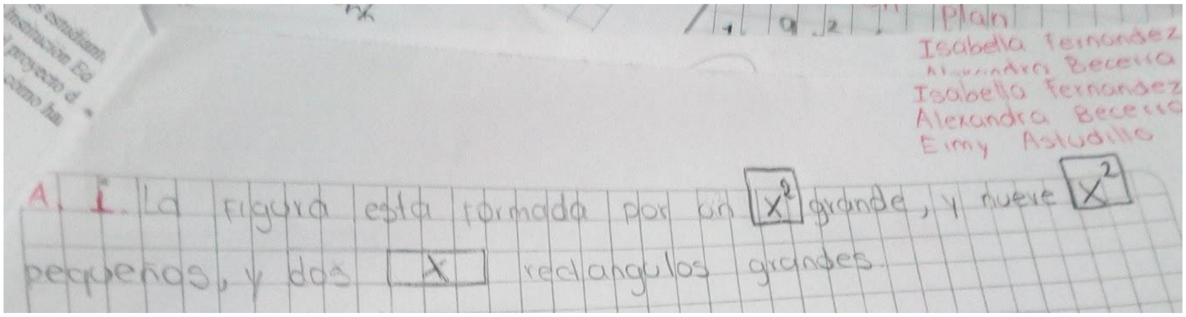


Figura No 17 Respuesta dada a la pregunta 1 de la etapa comprender el problema grupo No 4
Fuente: Trabajo realizado por el grupo No 4

En esta figura se evidencia que los estudiantes tienen dificultades en la observación, en el razonamiento lógico, pues ya que para ellos "la figura grande" el problema o el gráfico muestran claramente que está representado por $9X^{2.}$

Siguiendo con la pregunta ¿Qué se debe averiguar? La gran mayoría de los estudiantes responden que se debe hallar el área total de la huerta escolar. Tal como se muestra en las siguientes figuras.

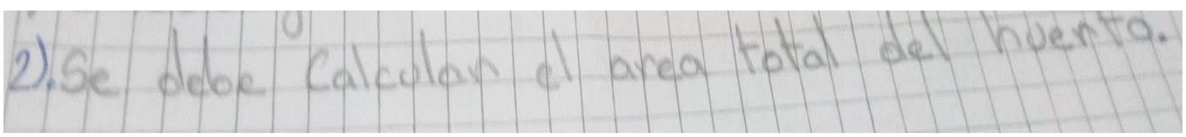


Figura No 18 Respuesta dada a la pregunta 2 comprender el problema de Polya
Fuente trabajo realizado por el grupo 1

En esta figura se puede observar que el grupo comprende lo que debe averiguar en el problema es capaza de deducir, inferir, observar, relacionar y hacer un razonamiento lógico, del procedimiento que debe seguir para dar solución al problema.

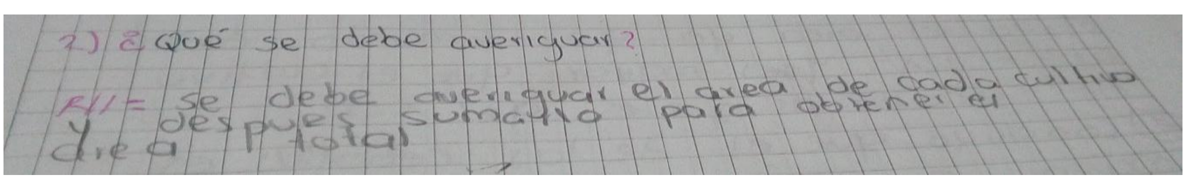


Figura No 19 Respuesta dada a la pregunta 2 comprender el problema de Polya
Fuente trabajo realizado por el grupo 2

En este hallazgo se hace evidente que el grupo es capaz de deducir que la suma de áreas parciales de una figura da o representa el área total de dicha figura. Aquí se muestra un razonamiento más elaborado donde la observación y la representación de cada cultivo sirven de apoyo para dar una solución lógica al problema. En este argumento se hace evidente que los estudiantes ya poseen la capacidad para elaborar un plan para dar solución al problema.

Siguiendo los pasos para resolver un problema según Polya, los estudiantes ejecutar el plan para resolver el problema a continuación se menciona una discusión producida en uno de los grupos durante la etapa de ejecución del plan, la cual queda registrada en el diario de campo así:

E1: Profesor, para hallar el área del cultivo de espinacas súmanos los cuadritos o multiplicamos largo por ancho.

P: Realice ambos procedimientos y compare los resultados a ver qué pasa.

E3: profesor, si ya se sabe cuál es el área de la mitad del cultivo de cebollas ¿se le suma la otra mitad?

E4: Es más rápido multiplicar por dos el área que representa una mitad del cultivo de cebolla; ya que son dos rectángulos iguales.

P: ¿Si sumamos las dos áreas que representan los rectángulos da lo mismo que multiplicar por dos el área que representa un rectángulo?

E2: Ah profe ya lo hice da lo mismo.

Tal como se muestra en la siguiente figura los estudiantes hallan el área de cada cultivo y luego la suman para hallar el área total.

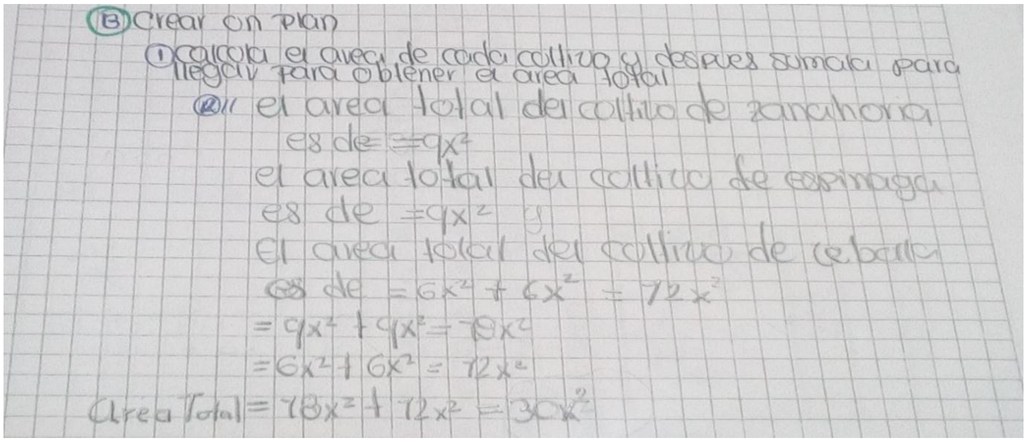


Figura No 20 Representación de áreas parciales de los cultivos.
Fuente: Foto tomada al trabajo del grupo No 3

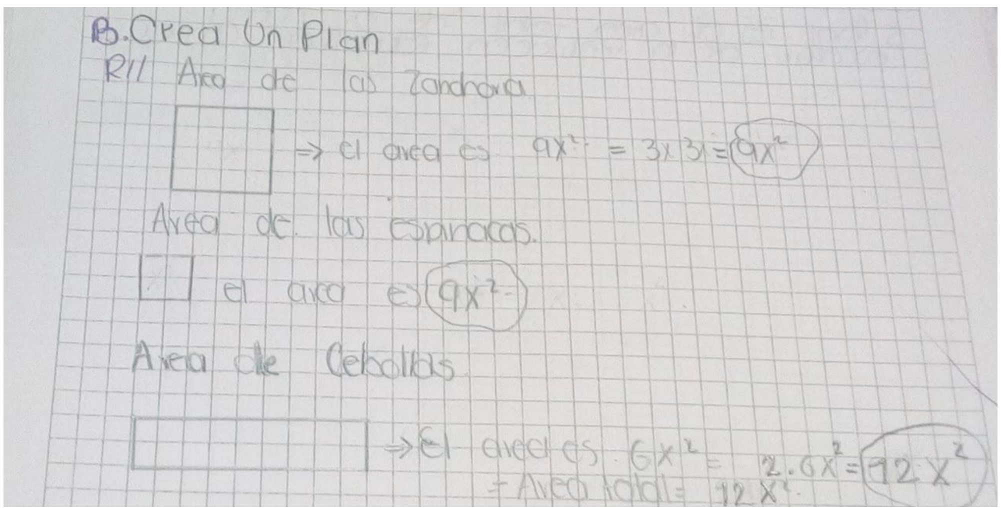


Figura No 21   Representación geométrica y algebraica de cada cultivo.
Foto tomada al trabajo realizado por el grupo No 5

En la figura anterior se observa que los estudiantes utilizan la representación geométrica para diferenciar cada cultivo y también representan el área de manera algebraica.

Después de haber creado el plan los estudiantes comparan el área de los cultivos

P: ¿Cómo es el área del cultivo de cebolla con respecto al área del cultivo de zanahoria?

E3: El cultivo de cebollas es más largo que el cultivo de zanahorias.

P: ¿Cómo fue que llegaste a esa conclusión?

E4: Profe, no es que sea más largo sino que el área del cultivo de cebolla es más grande.

E6: Se sabe que el área del cultivo de cebolla es $12X^2$ y el área del cultivo de zanahoria es $9X^2$

E4. Ah profe, por lo tanto es mayor el cultivo de cebollas.

P: Por lo tanto ¿cómo es el área del cultivo de zanahoria con respecto al área del cultivo de espinaca?

E1: Profesor, da la misma área.

P: Entonces ¿cuál es el área total del huerto?

E3: Es $30X^2$ que salió de sumar las áreas de cada cultivo.

En el anterior registro de clase se puede evidenciar los razonamientos y las deducciones que los estudiantes realizaron a partir de las observaciones donde los estudiantes realizaron comparaciones de áreas. Tal como se muestra en la siguiente figura.

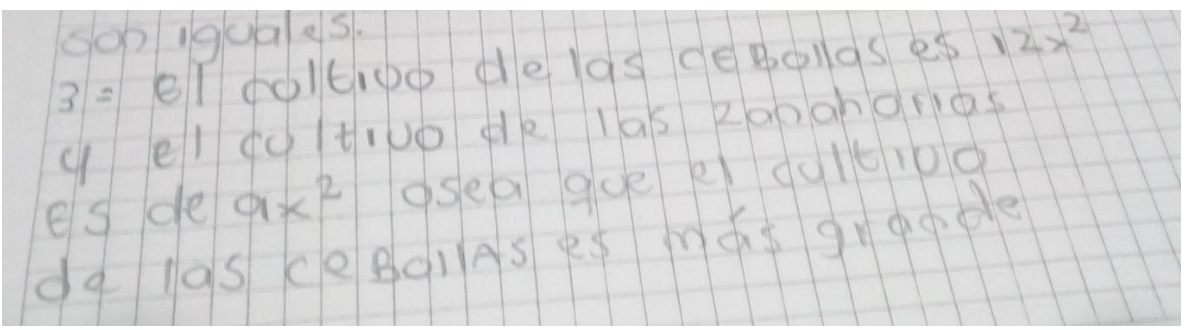


Figura No 22   Comparación de áreas del cultivo de la zanahoria y cebolla.
Fuente: foto tomada al trabajo realizado por el grupo No 1

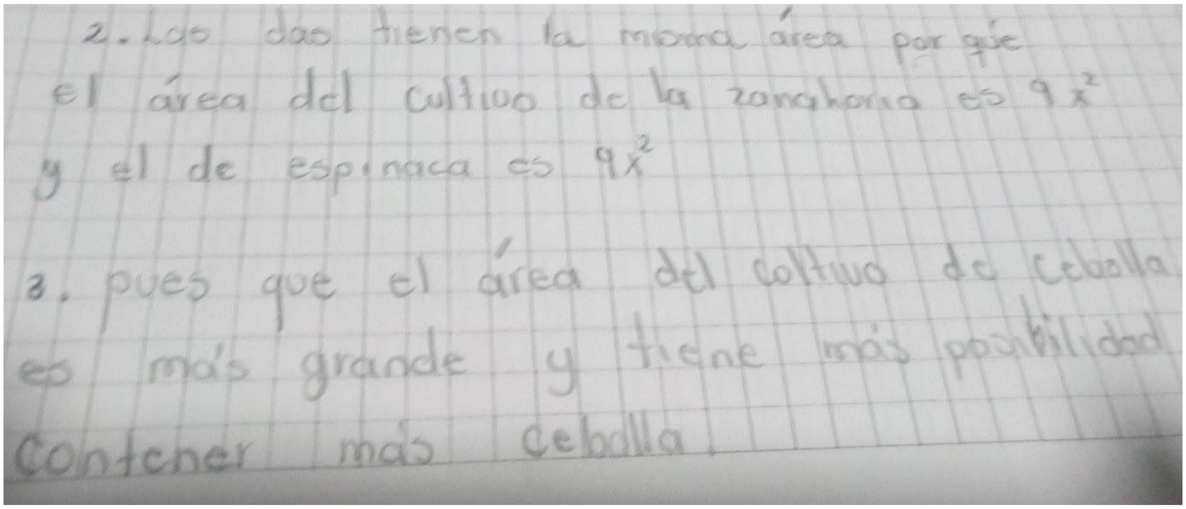


Figura No 23 Respuestas dadas a las preguntas de comparación de áreas.
Fuente: Foto tomada al trabajo realizado por el grupo No 3

En la anterior figura se puede evidenciar el avance a nivel cognitivo que en esta etapa van alcanzando los estudiantes al relacionar las áreas con la superficie o espacios en contexto de la vida diaria; observándose en la respuesta dada que los estudiantes deducen que a más área mayor cantidad de cebolla cultivada.

Al responder la pregunta ¿cuál es el área total de la huerta? los estudiantes responden en su gran mayoría de manera acertada, puesto que sumaron las áreas parciales para encontrar el área total. Como se muestra en el siguiente cuadro.

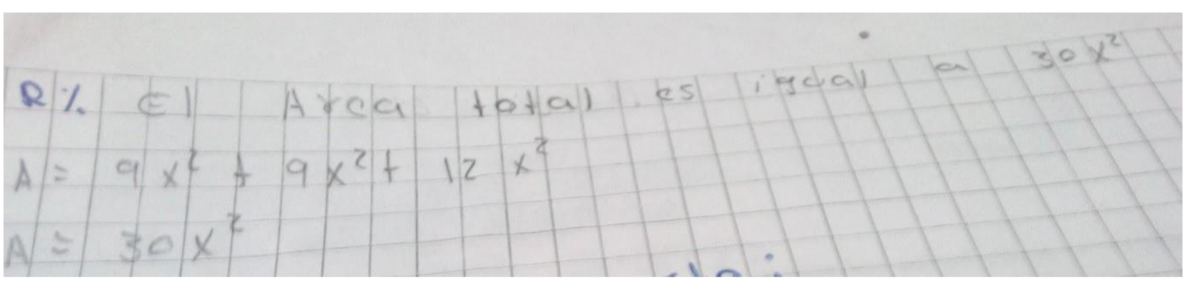


Figura No 24 Representación del área total de la huerta.
Fuente: Foto del trabajo realizado por el grupo No 4

Al realizar el análisis de la cuarta etapa propuesta Polya para la solución de un problema, se puede evidenciar que los estudiantes ya hacen una representación geométrica asociada con los términos algebraicos, donde reconocen el largo y el ancho de la huerta escolar; además ya en esta etapa se evidencia claridad en la forma de hallar el área de un terreno rectangular que en la prueba diagnóstica presentaron gran dificultad.

Es importante resaltar que los estudiantes en esta etapa están en capacidad de hacer conversiones como lo ha planteado Duval.   Estas conversiones se pueden agrupar en tres fases pasar del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, del lenguaje algebraico al lenguaje algebraico y del lenguaje algebraico al lenguaje cotidiano. Tal como se muestra en las siguientes figuras explican la cuarta etapa de resolver un problema según Polya comprobar la respuesta

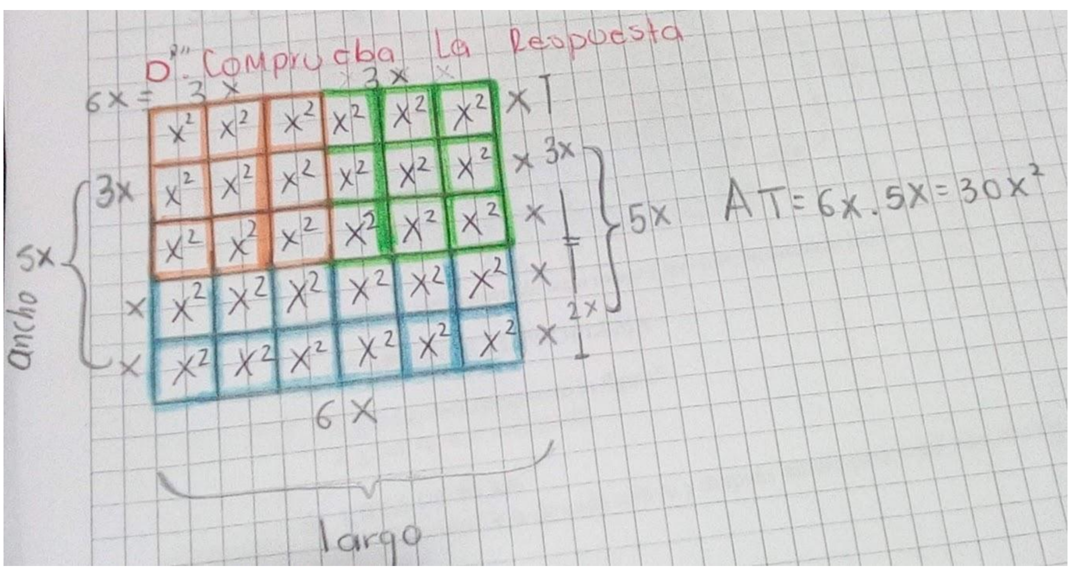


Figura No 25 Comprobación del problema según Polya.
Fuente: Trabajo realizado por el grupo No 3

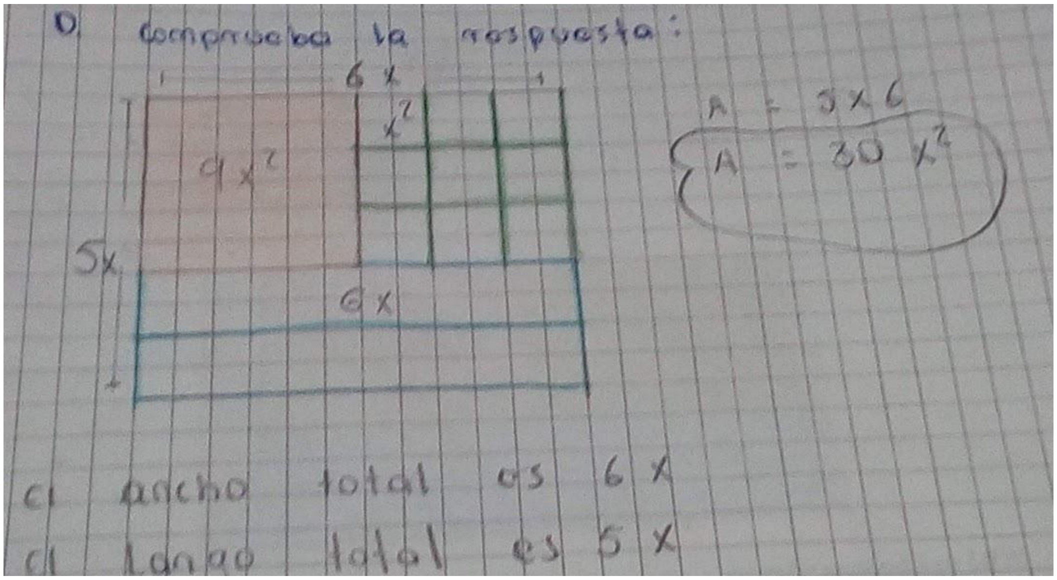


Figura No 26 Comprobación del problema Polya.
Fuente: Foto tomada a los trabajos del grupo 7

En las figuras anteriores se hace evidente como los estudiantes al finalizar la situación de formulación donde se aplican las etapas propuestas por Polya, se observa un avance a nivel cognitivo en el desarrollo de la competencia solución de problemas de estructuras multiplicativas de polinomios, ya que el estudiantes está en capacidad de hacer un registro del lenguaje aritmético a un lenguaje geométrico y luego al lenguaje algebraico.

Además, se evidenció que hubo comunicación permanente entre los integrantes del equipo cuando argumentaban sus posibles respuestas a las preguntas planteadas en el problema; pero hay que destacar que el momento donde se presentó mayor discusión, argumentación y contra argumentación fue en la etapa de comprobar la respuesta ya que debían representar gráficamente el problema con las fichas de la caja de polinomios. También, es importante mencionar que los estudiantes que tenían el rol de líder asumieron su función con mucho compromiso e hicieron participar a los estudiantes más apáticos y poco discursivos; respetando la palabra, se hacían correcciones a las “presuntas” respuestas erradas y tenían en cuenta la participación de todos los integrantes del equipo.

4.2.3 Situación de validación

En el análisis de esta situación, el profesor les propuso a los estudiantes ejercicios de expresiones algebraicas que corresponden a las dimensiones de un cuadrado con el fin de emplear la caja de polinomios con sus fichas imantadas en un tablero metálico para que los estudiantes representarán geométricamente la expresión que representa el área.

A continuación, se muestra un registro de clase de una de las discusiones presentadas por los equipos en la solución del problema planteado.

P: Estudiantes organicen sus equipos de trabajo.

E1: Los mismos o cambiamos.

P: Organícense como estábamos trabajando

P: Estudiantes en el tablero están anotados los ejercicios que ustedes van a representar con la caja de polinomios en sus respectivos grupos $(X+3)^2$, $(X+5)^2$, $(12X+3)^2$, $(3X+4)^2$

E2: ¿$(X+3)^2$ es igual $(X+3)(X+3)$?

E4: Claro, representa un cuadrado de lado $(X+3)$

E5: Profe, ya lo representé con la caja de polinomios

P: y cuál es la expresión de área encontrada.

E3: Profe me dio $6X^2 + 6X + 9$

E4: Puedo hallar el perímetro a esa figura también.

P: Claro, cuánto es

E1: Profe el perímetro es $4X+12$ porque sume los lados.

Figura No 27 Estudiantes realizando la situación de validación en el tablero metálico.
Fuente: Foto tomada al trabajo realizado por el grupo No 7

Como se mencionó en los registros anteriores y se observa en la figura, los estudiantes avanzan en el desarrollo de la competencia solución de problemas pero también desarrollan la competencia comunicación, ya que son capaces de argumentar ante sus compañeros los procedimientos realizados y los resultados obtenidos en las representaciones algebraicas, geométricas y aritméticas. El docente acompaña las retroalimentaciones y discusiones realizadas al sustentar los argumentos empleados en la solución de los diferentes problemas propuestos.

A continuación, se presenta algunos registros fotográficos del trabajo realizado por los estudiantes, al implementar la caja de polinomios para dar solución a problemas de las estructuras multiplicativas con polinomios.

.

Figura No 28 Estudiantes representando áreas como producto de lado por lado.
Foto tomada por la estudiante Laura Mezú grado 8-1

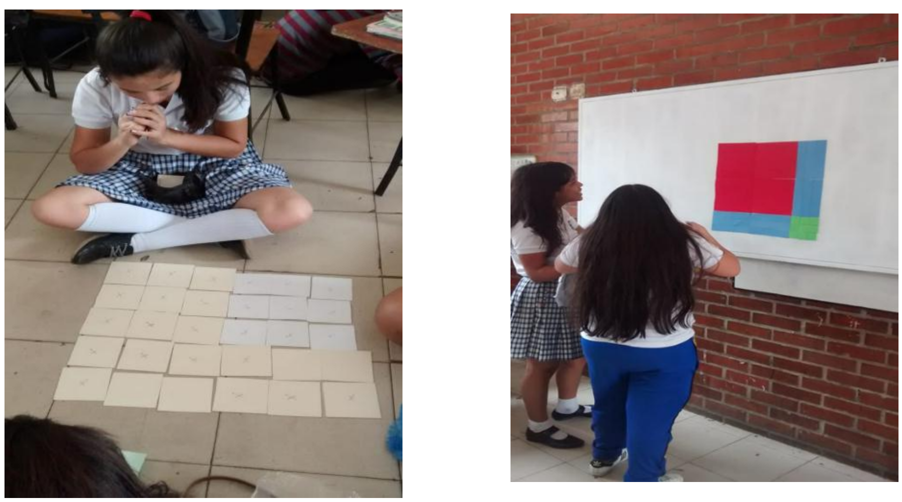


Figura No 29 Estudiantes representando áreas como producto de lado por lado
Fuente: Foto tomada por la estudiante Laura Mezú grado 8-1

4.2.4 Situación de Institucionalización

Se realiza una síntesis general de las actividades y producciones realizadas por los estudiantes en y se retoman los hallazgos encontrados en las diferentes etapas. Y mediante el discurso con los estudiantes se hacen las correcciones y retroalimentaciones sobre los errores y aciertos evidenciados en la situación didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios.

4.3 Análisis de la prueba final

(Ver anexo 5) De cuarenta (40) estudiantes que conforman el grupo 8-1 de la Institución Educativa Simón Bolívar treinta (30) resolvieron correctamente situaciones problemas relacionadas con la estructura multiplicativa de polinomios, el donde se evidenció el avance en la suma de términos semejantes, en encontrar expresiones de perímetro, área y volumen. Además, se observa un avance la aplicación de las propiedades de la potenciación, también se mostró avance en la transición del lenguaje cotidiano al leguaje algebraico o representaciones algebraicas. A continuación, se muestran la comparación de la prueba inicial y final; además, del avance que se alcanza después de implementada la situación didáctica.

Tabla No 13 *Resultados de la prueba final*

Reactivo-Respuesta	Perímetro	Área	Volumen
Correctas	28	29	26
Incorrectas	12	11	14

Reactivo-Respuesta	Perímetro	Área	Volumen
Correctas	70%	73%	65%
Incorrectas	30%	17%	35%

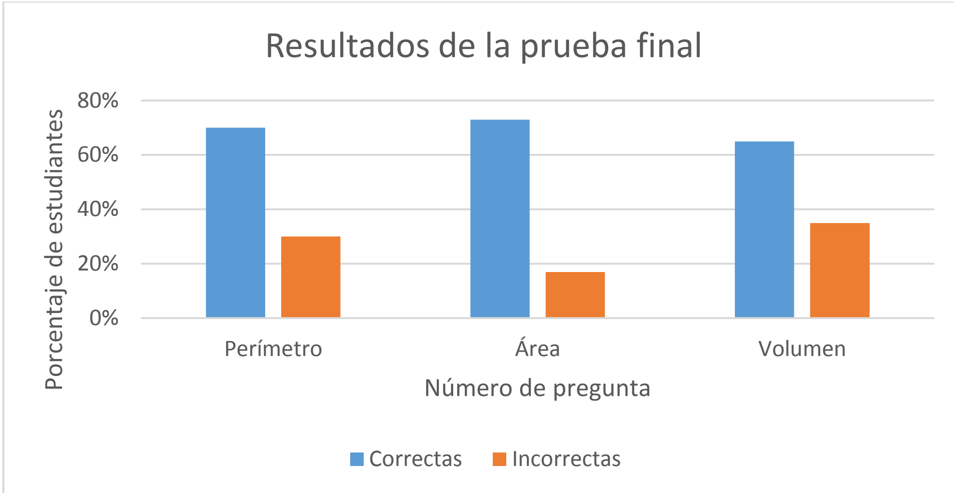


Figura No 30 Resultados de la prueba final
Fuente elaboración propia.

La gráfica anterior muestra un avance significativo con respecto a la competencia solución de problemas que involucra la estructura multiplicativa de polinomios, partiendo del perímetro, área y volumen de figuras planas se evidenció que la utilización de la caja de polinomios como un medio didáctico sirvió para que los estudiantes mejoraran la solución de problemas enmarcados con la estructura multiplicativa de polinomios. Los errores como agrupación de términos semejantes, la propiedad distributiva de la multiplicación, respecto a la suma y resta de la multiplicación (multiplicación de potencias de igual base), pasar del lenguaje cotidiano al algebraico, comprensión de un problema matemático y la representación de áreas y perímetro con a caja de polinomios, aún siguen persistiendo pero en una mínima parte de los estudiantes. Así como la mayoría de estudiantes del grupo 8-1 han mejorado, evidenciándose en la prueba final.

Ahora bien, en cuanto a la pregunta asociada con la expresión algebraica que representa el perímetro como se observa en la gráfica anterior el porcentaje de estudiantes que respondieron de manera correcta y realizaron los procedimientos es de un 70% como se evidencia en los resultados de la prueba final para esta pregunta. En cuanto a la pregunta relacionada con la expresión algebraica que representa el área se observa que un 73% de los estudiantes respondieron de manera correcta y ejecutaron bien los procedimientos. En cuanto a la expresión que representa el volumen se observa en el gráfico anterior que el porcentaje de estudiantes que respondieron de manera correcta y ejecutaron los procedimientos adecuadamente es de un 65%.

A continuación se muestran algunos de los procedimientos y resultados realizados correctamente por estudiantes que presentaron la prueba final.

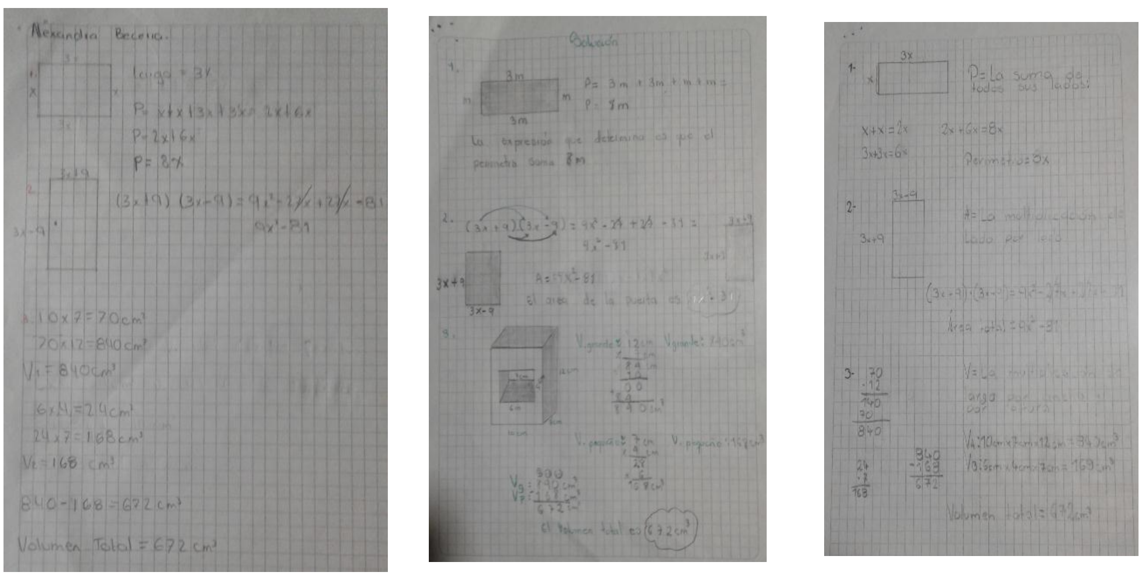


Figura No 31 Evidencia de avance en los resultados de la prueba final
Fuente evaluación final de estudiantes grado 8-1

Es importante mencionar, que después de aplicada la situación didáctica se observa algunos errores que presentaron un grupo mínimo de estudiantes los cuales mostraron algunos avances pero que en otras siguen presentando dificultades como se muestran a continuación.

Se evidencia errores al hallar la expresión algebraica del perímetro como queda registrado en la prueba final “P= y+y+3y+3y = 4y+ 6 “Se observa que el estudiante tiene claro que para hallar el perímetro de un rectángulo se suman los lados pero sigue con la confusión al sumar términos semejantes pues “el cree” que se suma la variable y por separado de los coeficientes 3. Tampoco relaciona que existe y con coeficiente 1 porque aun con errores en el resultado los habría sumado también por separado.

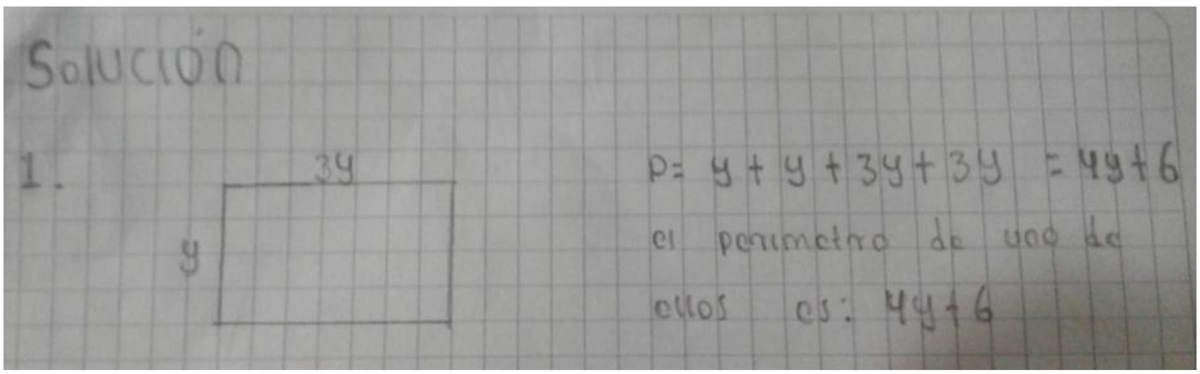


Figura No 32 Evidencia de error en la prueba final.
Fuente Examen del estudiante Faiber Obando 8-1

También persiste el error al hallar la expresión algebraica que representa el área, en este caso el de una puerta de forma rectangular; el estudiante muestra que para hallar el área de un rectángulo se multiplica base por altura; el error consiste en que el estudiante no ha conceptualizado la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma y resta, además se evidencia que no tiene claro el concepto de la propiedad de la potenciación para multiplicar potencias de igual base, ni tampoco la suma de términos semejantes.

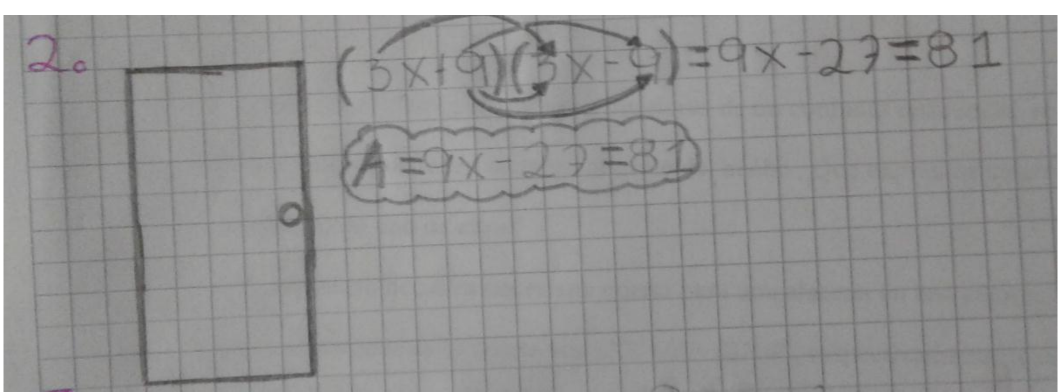


Figura No 33 Evidencia de errores prueba final
Fuente: Prueba final estudiante Katherine Carabalí

4.4 Análisis de los resultados comparativos de la prueba inicial y la prueba final

A continuación se presentan las tablas comparativas de los resultados obtenidos de la prueba inicial y final. Para la comparación se seleccionaron de la prueba diagnóstica las preguntas 5. 6. Y 7 las cuales se compararon en la prueba final; ya que estas preguntas están relacionadas con el pensamiento numérico- variacional asociado a áreas, perímetro y volúmenes que es el enfoque desde donde se orientó el trabajo de profundización. Los resultados obtenidos se organizan en las siguientes tablas.

Tabla 14 *Resultados comparativos de la prueba inicial y final*

Reactivo Respuesta	Perímetro		Área		Volumen	
	5		6		7	
	Prueba inicial	Prueba final	Prueba inicial	Prueba final	Prueba inicial	Prueba final
Correcta	1	28	1	29	0	26
Incorrecta	32	12	29	11	34	14
No contestadas	7		10		6	

Tabla 15 Resultados comparativos de la prueba inicial, final y del avance.

Reactivo Respuesta	Perímetro		Área		Volumen	
	5		6		7	
	Prueba inicial	Prueba final	Prueba inicial	Prueba final	Prueba inicial	Prueba final
Correcta	3%	70%	3%	73%		65%
Incorrecta	80%	30%	80%	17%	90%	35%
No contestadas	17%		17%		10%	
Avance	67%		70%		65%	

En el siguiente gráfico se compara el avance de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica con los resultados obtenidos en la prueba final.

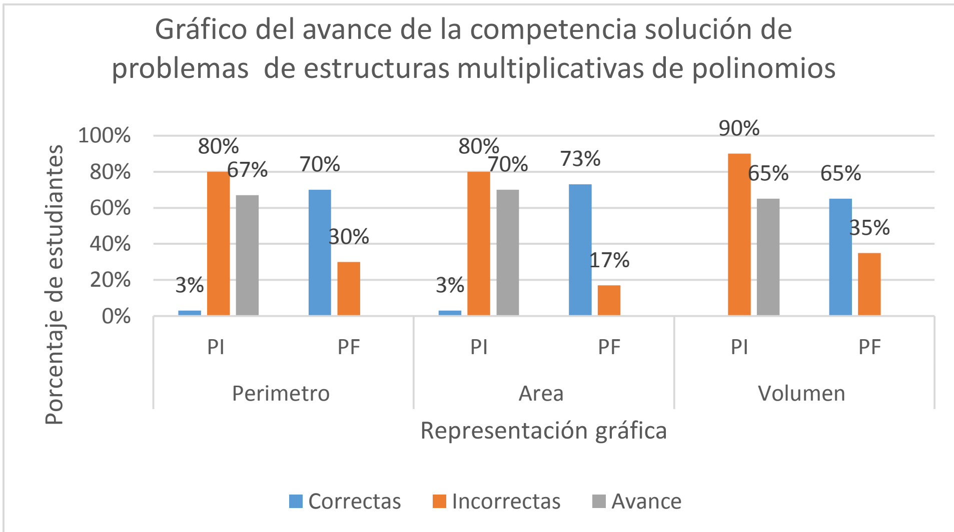


Figura No 34 Avance de la competencia solución de problemas
Fuente elaboración propia

En los hallazgos encontrados en la prueba diagnóstica ya descritos, evidencia que los estudiantes tenían dificultades en la competencia solución de problemas, en diferenciar los conceptos de área, perímetro y volumen; pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico, sumar y restar términos semejantes, encontrar expresiones matemáticas y algebraicas que representaran perímetros y áreas.

Por esta razón, el número de respuestas incorrectas representó más de un 80% de los 40 estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica inicialmente. Al comparar los resultados de la prueba final se observa como lo muestra la gráfica que los estudiantes avanzaron de manera significativa tal como se describió en el análisis de la prueba final. Según los resultados obtenidos el avance es de un 67% aproximadamente.

Es decir, que de los cuarenta (40) estudiantes que participaron de la implementación de la situación didáctica y que inicialmente treinta y nueve (39) tenían dificultades ahora treinta (30) avanzan y desarrollan la competencia solución de problemas y mejoran el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios. Es importante mencionar que nueve (9) estudiantes no avanzan, porque tienen dificultades en comprensión de lectura, falta de sentido de común, razonamiento lógico, confusión en la representación de gráficas. Además, de tener otras dificultades externas que afectan los procesos como son la falta de asistencia al colegio, falta de hábitos de estudio, falta de responsabilidad y compromisos frente al cumplimiento de sus deberes.

A continuación, se presenta el análisis de la encuesta de satisfacción y aceptación de la implementación de la situación didáctica que demuestra el nivel de agrado, aceptación que muestran los estudiantes y que tan significativa fue la estrategia didáctica para planteada.

4.5 Resultados de la encuesta de satisfacción y aceptación de la situación didáctica

La encuesta de satisfacción y aceptación de la situación didáctica se aplicó a los cuarenta estudiantes que participaron de la implementación de la situación didáctica. A continuación se hace el análisis de los resultados obtenidos, los cuales se ordenan y organizan en las siguientes tablas.

Tabla No 16 *Resultados de la encuesta de satisfacción y aceptación de la situación didáctica*

Número De pregunta	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Muy de acuerdo	20	22	23	20	19	18	13	20	24
De acuerdo	20	18	16	18	19	16	24	18	12
En desacuerdo	---	---	1	2	2	6	3	2	4

Tabla No 17 Resultados obtenidos por indicador de la encuesta de satisfacción y aceptación de la situación didáctica

Indicador	Muy de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo
1. Crees que la solución de problemas es una estrategia que permite mejorar el aprendizaje de las matemáticas a partir de situaciones didácticas	50%	50%	
2. Consideras que la caja de polinomios es un medio que permitió comprender el aprendizaje de estructuras multiplicativas de polinomios.	55%	45%	
3. La situación didáctica es un complemento en la clase de matemáticas	57%	40%	3%
4. La situación didácticas propuestas me ayudaron a mejorar los resultados en mi aprendizaje.	50%	45%	5%
5. La situación didáctica propuesta presenta de manera clara y ordenada el material de estudio	47%	47%	6%
6. La situación didáctica permitió el trabajo colaborativo (por equipos, grupos)	45%	40%	15%
7. Logro resolver con facilidad las actividades propuestas en la situación didáctica.	32%	60%	8%
8. Le gusto el trabajo desarrollado en la situación didáctica al implementar la caja de polinomios	50%	45%	5%
9. Se sintió motivado al trabajar con las situaciones didácticas.	60%	30%	10%
TOTAL	50%	45%	5%

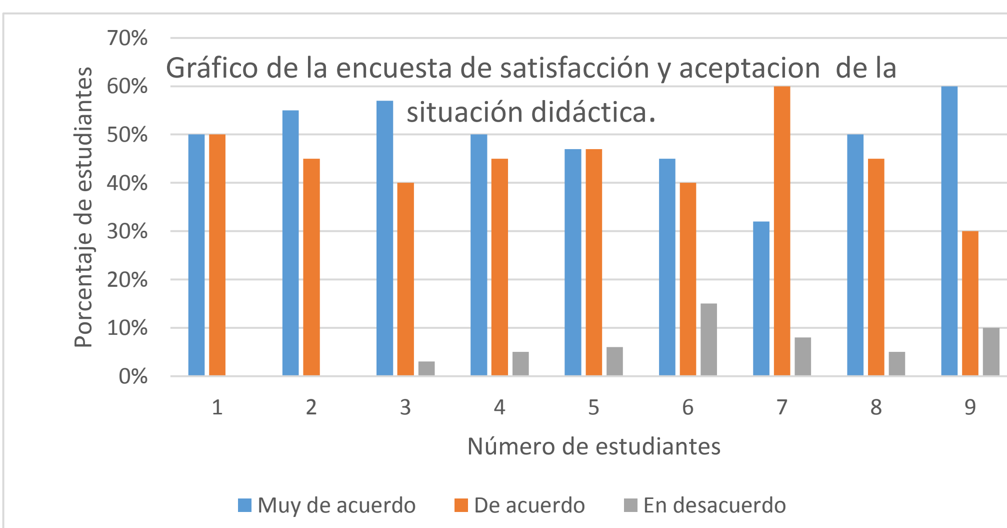


Figura No 35 Encuesta de satisfacción y aceptación de la situación didáctica
Fuente: Elaboración propia

La gráfica muestra los porcentajes que arrojaron las 9 preguntas propuestas en la encuesta de satisfacción y aceptación de la implementación de la situación didáctica. En la pregunta No 1 ¿Crees que la solución de problemas es una estrategia que permite mejorar el aprendizaje de las matemáticas a partir de situaciones didácticas? El 50% de los estudiantes están muy de acuerdo, el otro 50% están de acuerdo es decir el 100% evidencia el agrado de la mayoría de los estudiantes consideran que la solución de problemas es una estrategia que permite mejorar el aprendizaje de las matemáticas.

En la pregunta No 2 ¿Consideras que la caja de polinomios es un medio que permitió comprender el aprendizaje de estructuras multiplicativas de polinomios? El 55% de los estudiantes manifestaron estar muy de acuerdo y el 45% también manifiestan estar de acuerdo. Es decir, que el 100% de los estudiantes que participaron de la implementación de la situación consideran que la caja de polinomios como medio facilito el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios.

En la pregunta No 3 ¿La situación didáctica es un complemento en la clase de matemáticas? El 57% de los estudiantes responden estar muy de acuerdo y el 40% está de acuerdo y el 3% de los estudiantes manifestaron estar en desacuerdo. Es decir, que el 97% de los estudiantes consideran que la situación didáctica propuesta para desarrollar la competencia solución de problemas mediante la implementación de la caja de polinomios y mejorar el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios es un buen complemento para la clase de matemáticas.

En la pregunta No 4 ¿La situación didácticas propuestas me ayudaron a mejorar los resultados en mi aprendizaje? El 50% de los estudiantes responde estar muy de acuerdo y el 45% de acuerdo, el 5% responden no estar de acuerdo. Es decir que el 95% de los estudiantes que participaron en la aplicación de la situación didáctica consideran la propuesta como una estrategia que les permitió mejorar y avanzar en su proceso de aprendizaje.

En la pregunta No 5 ¿La situación didáctica propuesta presenta de manera clara y ordenada el material de estudio? El 47% de los estudiantes responden estar muy de acuerdo, el 47% de los estudiantes responden están de acuerdo, el 6% responden no estar de acuerdo. Es decir, para dos (2) estudiantes no fue clara y ordenada la situación didáctica como material de estudio.

En la pregunta No 6 ¿La situación didáctica permitió el trabajo colaborativo (por equipos, grupos? El 45% de los estudiantes responden estar muy de acuerdo con la pregunta, el 40% de los estudiantes responden estar de acuerdo, el 15% responden no estar de acuerdo. Es decir, que para el 85% de los estudiantes que participaron en la implementación de la situación didáctica el trabajo colaborativo en grupos, equipos mediante el intercambio de ideas y la construcción colectiva de conocimientos y mejorar el aprendizaje.

En la pregunta No 7 ¿Logro resolver con facilidad las actividades propuestas en la situación didáctica? El 32% de los estudiantes responden que están muy de acuerdo, el 60% de los estudiantes responden que están de acuerdo, el 8% responden no estar de acuerdo con la pregunta. Es decir que el 92% de los estudiantes responden que lograron resolver con facilidad las actividades propuestas en la situación didáctica solo el 8 % manifestó haber tenido dificultades para el desarrollo de las diferentes actividades propuestas en la situación didáctica.

En la pregunta No 8 ¿Le gusto el trabajo desarrollado en la situación didáctica al implementar la caja de polinomios? El 50% de los estudiantes que participaron de la implementación de la situación didáctica están muy de acuerdo con la pregunta, el 45% de los estudiantes responden estar de acuerdo y el 5% responden no estar de acuerdo. Con estos resultados se puede deducir que el 95% de los estudiantes que participaron de la implementación de la situación didáctica sintieron agrado por la situación propuesta. Tan solo dos (2) estudiantes manifestaron que no fueron de su agrado las actividades propuestas en la situación didáctica

En la pregunta No 9 ¿Se sintió motivado al trabajar con las situaciones didácticas? El 50% de los estudiantes respondieron que están muy de acuerdo, el 30% responden estar de acuerdo, y tan solo el 10% responden que no están de acuerdo. Es decir, solo cuatro (4) de los cuarenta (40) estudiantes que participaron de la implementación de la situación didáctica manifestaron no sentirse motivados frente a la situación didáctica implementada. Al indagar sobre las razones manifestaron no sentirse motivados porque ellos son poco participativos, son apáticos.

6. Conclusiones

En el trabajo de profundización, se lograron los objetivos propuestos inicialmente. Respecto al objetivo general que es establecer como la situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios desarrolla la competencia solución de problemas y mejora el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios en el grado octavo de la Institución Educativa Simón Bolívar año 2018. Se puede concluir que en la aplicación de la prueba diagnóstica en los hallazgos encontrados descritos en el análisis se evidencia que los estudiantes confundían conceptos de área, perímetro y volúmenes; por esta razón, presentan pocas habilidades para resolver problemas asociados a estos conceptos desde el lenguaje aritmético y más aún cuando al emplear figuras geométricas como cuadrados, rectángulos y cubos donde se involucran variables en sus dimensiones. Esto causó un rechazo inicialmente debido a que los estudiantes están más familiarizados con el lenguaje aritmético.

Al aplicar la situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios se logra un avance significativo en la apropiación de los conceptos de rectángulo, cuadrado, cubo, dimensiones, perímetro y área de los mismos, que mediante la manipulación de material concreto como son las fichas de la caja de polinomios que se emplearon en la construcción de estas figuras; permitió la transición del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico haciendo que sea más asequible al estudiante. Es decir, se hace la transición de manera gradual del pensamiento numérico al pensamiento variacional; ya que las fichas de la caja de polinomios, se clasifican en tres clases, tal como se especificó previamente en la revisión teórica.

Desde la construcción de las fichas los estudiantes establecen relaciones entre el lenguaje aritmético y algebraico; además se van familiarizando con la representación geométrica, de cuadrados y rectángulos. Esto les permite a los estudiantes la comprensión del concepto de área, perímetro y volumen desde la aproximación de estos dos sistemas de registros. También, es importante resaltar que con estos tres modelos de fichas se pueden construir rectángulos, cuadrados y cubos de diferentes dimensiones que permitió a los estudiantes una observación directa, para poder comprender y resolver los problemas donde involucra el objeto matemático la estructuras multiplicativas de polinomios asociado con áreas, perímetros y volúmenes.

En cuanto a los objetivos específicos que era diseñar una situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios que contribuya a desarrollar la competencia solución de problemas y a mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios. Se logró al planear de forma organizada y coherente las actividades propuestas en las diferentes situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización; propuestas por el docente en la práctica de aula, contribuyendo a mejorar el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios y a desarrollar la competencia solución de problemas a partir de la implementación de la caja de polinomios.

En cuanto al segundo objetivo específico que es aplicar una situación didáctica a través de la implementación de la caja de polinomios que contribuya a desarrollar la competencia solución de problemas y a mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios. Se alcanzó, pues se aplicó la situación didáctica como se propuso en la planeación, en donde se les explicó a los estudiantes de manera detallada los procesos que se van a desarrollar y que factores se van a evaluar como son la participación, la cual es importante para el trabajo de profundización, ya que es mediante el intercambio de ideas que se enriquece el trabajo colectivo de los equipos. Aquí se puede concluir que los estudiantes estuvieron muy receptivos y participaron de las diferentes actividades propuestas en la planeación de la situación didáctica.

Otro aspecto importante a evaluar es la pertinencia en la utilización de los procesos que se utilizaron para resolver las estructuras multiplicativas de polinomios, en cuanto a la coherencia todo proceso matemático requiere de ella para desarrollar los procesos que el estudiante necesita, también es importante ver que medio utiliza y que parte aritmética o variacional emplea de manera coherente en la solución de un problema de estructuras multiplicativas de polinomios asociado para hallar el área, el perímetro y el volumen de figuras geométricas como el cuadrado, el rectángulo y el cubo a partir de sus dimensiones.

En cuanto al tercer objetivo que es verificar si la situación didáctica a través de implementación de la caja de polinomios contribuye a desarrollar la competencia solución de problemas y a mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios. Se alcanzó al realizar la comparación de la prueba diagnóstica con la prueba final donde se analizaron los datos, se detectaron las dificultades, las cuales fueron abordadas en la aplicación de la situación didáctica; donde se evidenció el avance a nivel cognitivo que los estudiantes alcanzaron en el desarrollo de la propuesta; además las encuestas, fotos demuestran la efectividad de la situación didáctica. La cual se demuestra así:

En cuanto al desarrollo de la competencia resolución de problemas mediante la implementación de la caja de polinomios. Al hacer la comparación del antes, durante y el después de la evaluación, los resultados obtenidos evidencian un mejor desempeño de esta competencia al evidenciar el avance en el nivel de la comprensión de los problemas de estructuras multiplicativas, teniendo en cuenta la aplicación de los pasos de Polya como son la comprensión del problema, la concepción de un plan, la ejecución del plan y la comprobación de respuestas. Mediante la aplicación de este método los estudiantes además de encontrar una solución son capaces de justificarla y argumentarla; demostrando que han desarrollado procesos como razonar, deducir, ejercitar y representar diferentes tipos de problemas matemáticos. Además, a partir de la implementación de la caja de polinomios empleada al resolver problemas para hallar el área, perímetro y el volumen de figuras geométricas como el cuadrado, el rectángulo y el cubo hace más fácil la transición del paso del pensamiento numérico al variacional.

Se puede concluir que la situación didáctica como estrategia de enseñanza a través de la implementación de la caja de polinomios logró desarrollar aprendizajes significativos como lo plantea Ausbel (1976), los cuales sirvieron para que los estudiantes asuman el trabajo de profundización como una propuesta útil en la enseñanza de las matemáticas propiciando en ellos la motivación esto se hace evidente en la encuesta de satisfacción y aceptación de la situación didáctica en donde el 95% de los estudiantes considerarán que es una estrategia que mejoró el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios.

Además de promover la motivación, factor importante hacia el aprendizaje de las matemáticas, el interés de los estudiantes frente a una propuesta diferente donde la utilización de material concreto como la caja de polinomios mejora el aprendizaje de las estructuras multiplicativas de polinomios, se promueve el liderazgo en los equipos de trabajo, la comunicación, la compartición de roles, el compromiso frente a las dificultades y retos, la responsabilidad frente a su proceso de aprendizaje, favoreciendo el aprendizaje autónomo. Todas estas habilidades son importantes para el desarrollo de competencias que necesita el ciudadano de este siglo.

En la planeación y ejecución de la situación didáctica el docente asume el papel de guía al planear las actividades a partir del contexto y dirigir las discusiones para alcanzar el objetivo de la implementación de la situación didáctica. Es importante reflexionar como docente en la necesidad de propiciar cambios en la enseñanza a partir de la implementación de material concreto significativo como la caja de polinomios medio propuesto para el diseño, implementación de la situación didáctica haciéndola significativa, constructiva y una estrategia potenciadora del razonamiento lógico- matemático.

5.1 Recomendaciones

La situación didáctica es una estrategia de enseñanza que permite la organización y planeación de las diferentes etapas necesarias para alcanzar un objetivo de aprendizaje y desarrollar las competencias; por esta razón el docente debe contextualizar la práctica de aula con el fin de dinamizarla e integrarla a otras áreas del conocimiento.

Es pertinente mencionar que durante el trabajo de profundización una de las limitaciones que se encontró es el tiempo, debido a las diferentes actividades extracurriculares y curriculares que causaron interferencia en la implementación de la situación didáctica. Por tal motivo se tuvo que recurrir al trabajo extra clase en casa.

A partir de la implementación de la situación didáctica en nuestra práctica docente se recomienda utilizar esta estrategia de enseñanza en las demás áreas del conocimiento de la instituciones educativas debido a las ventajas que representa este tipo de propuestas, las cuales permiten el mejoramiento continuo de los proceso académicos, mejoran las relaciones interpersonales entre docente y estudiante al establecer un mayor compromiso y participación de los estudiantes en las diferentes actividades que se planean logrando un aprendizaje más significativo.

Por esta razón, se recomienda al consejo directivo de la Institución Educativa Simón Bolívar y a la Secretaria de Educación Municipal de Jamundí ofrecer capacitación al personal docente en el uso de situaciones didácticas como estrategias de enseñanza significativas para mejorar las prácticas pedagógicas; esto con el fin de modernizar e innovar los procesos de enseñanza y aprendizaje tanto de docentes como de estudiantes y de esta manera alcanzar la equidad y la calidad en la educación.

7. Referencias bibliográficas.

Ausubel, D (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Brousseau (2007) *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*. Madrid Zorzal.

Bruno, A. (1997). *La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación*. *Números*, *29,* 5-18.

Castillo, R. M., & Mairena, E. C. L. (2018). *Estrategias didácticas en el aprendizaje de las operaciones de polinomio con el uso de la geometría*. *Revista Electrónica de Conocimientos, Saberes y Prácticas*, *1*(1), 28-41.

D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *9,* 177-195.

Díaz, F. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, Cap. 5: Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizaje significativo*. McGraw Interamericana. México.

Duval, R (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M.Vega Trad). Cali: Universidad del valle (Original publicado en el idioma francés en el 1995)

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (2).

García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Giraldo, A., Tovar, B., Morales, S., & Cortés, D. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje. Florencia: Universidad de la Amazonía*. 23-343

García-Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo-Ospina, A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. *Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia*.

Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada.

Instituto Colombiano de Fomento a la Educación Superior (2015). *Informe sobre las pruebas SABER 11*, *9, 5,3. Bogotá:* MEN

Lenis, J.D. (2014). *Revista Educación y Cultura: Estrategias y mediaciones pedagógicas. Tensiones y relaciones con el saber escolar* Vol.26, p (67-68).

Materon, H, A. E (2003); De las ciencias, M: E: E & Naturales, E y Estrategias didácticas que promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir de la resolución de problemas. Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/47595/1/94044021_Hugo.pdf

Ministerio de Educación Nacional (1998) *Matemáticas. Lineamientos Curriculares; Bogotá*: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Competencias ciudadanas. Bogotá* MEN

Piaget, J. (1973). Psicología genética. *Buenos Aires: EMECÉ Editores*.

Posada, F. (2006). Módulo 2 Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico. *Medellín. Colombia: Gobernación de Antioquia. Secretaria de Educación para la Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad*.

Rico, L. (1996). *Pensamiento numérico Investigaciones en educación matemática. XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados México*: Grupo Editorial Iberoamérica. p. 1-26.

Rico, L. (2012). *Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática*. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (1*).* P 52

Rubio, G. (2013). *Proceso de estudio de la factorización de polinomios mediante el uso de Algebloks desde la TAD*

Soto, F., Mosquera, S., & Gómez, C. P. (2005). *La caja de polinomios*. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, *13*(1).

Vasco, C. E. (2003). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. In *Anais electrónicos do CIAEM–Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Buena* (Vol. 9).

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10*(2), 3.

Villarroel Solís, J. M. (2014). *Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica "caja de polinomios", en estudiantes de grado octavo de la IE María Cano del municipio de Medellín.*

ANEXOS

ANEXO 1: Planeación de la situación de la situación didáctica

<table>
<tr><td>Establecimiento educativo</td><td colspan="2">IE Simón Bolívar</td><td colspan="2">Código del Dane 176364000597</td></tr>
<tr><td>Nombre del docente</td><td colspan="2">José Jair Bolaños Pardo</td><td>Grado octavo</td><td>Periodo 2.</td></tr>
<tr><td>Estándar:
Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.
Construir expresiones algebraicas equivalente a una expresión algebraica dada.</td><td colspan="2">Objetivo: Resolver problemas de multiplicación de polinomios mediante la implementación de la caja de polinomios como una estrategia para mejorar los procesos de aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios.</td><td>Fecha de inicio: Julio 23 a Octubre 18</td><td>Tiempo

12 Horas

Minutos

660</td></tr>
<tr><td>Desarrollo de la planeación</td><td>Tiempo (Min)</td><td>Contenidos</td><td>Estrategia de enseñanza</td><td>Seguimiento a la planeación</td></tr>
<tr><td>Diagnostico</td><td>55</td><td></td><td>El docente aplica una prueba diagnóstica con el fin de detectar dificultades en las temáticas de perímetros, áreas y volúmenes presentadas en el proceso de aprendizaje.</td><td></td></tr>
<tr><td>Exploración

Los estudiantes resuelven la situación de acción de manera individual. Para luego socializarla a sus compañeros conjuntamente con el docente.

Ejecución

Estructuración

Los estudiantes explican la planeación de la estrategia empleada en la solución de acción.</td><td>55

110</td><td>OPERACIONES MULTIPLICATIVAS

SITUACIÓN DE ACCIÓN</td><td>El docente les presenta a los estudiantes del grado octavo la situación problema relacionada con la huerta escolar. Para ello observan la imagen de un lote de forma rectangular y responden las siguientes preguntas
¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de la huerta?
¿Cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro de la huerta?
Juan pregunta cuánto dará el área y el perímetro de la huerta si X toma los siguientes valores mostrados en la tabla cuando X vale 4, 5, 10, 15.</td><td></td></tr>
</table>

Estructuración Los estudiantes explican cuál es la planeación de las estrategias empleadas para dar solución a la situación de formulación mediante el uso de la caja de polinomios	55 55 55	**SITUACIÓN DE FORMULACIÓN** **Conceptualización de la multiplicación.**	El docente a partir de los resultados obtenidos en la situación de acción. Presenta a los estudiantes el material concreto didáctico la caja de polinomios, donde cada alumno elabora sus respectivas fichas para abordar la siguiente situación de formulación. Con el propósito de disminuir las falencias presentadas en la situación de acción inicial. El docente entrega a los estudiantes la situación de formulación para que se reúnan por equipos de trabajo de cuatro (4), no sin antes explicar cuáles son los roles asumidos, el secretario, el líder, el relator, el moderador. Los estudiantes discuten entre si dando cada uno sus aportes. Posteriormente los estudiantes mediante una puesta en común empleando el tablero" imantado" donde se harán las representaciones con las fichas. Los estudiantes explican y discuten los procedimientos y soluciones al problema planteado. El docente media para que los estudiantes encuentren la respuesta correcta y descarten las incorrectas.	
Práctica Los estudiantes aplican las estrategias multiplicativas para la resolución de diferentes sistemas.	55	**SITUACION DE VALIDACIÓN**	Los estudiantes desarrollan una evaluación individual aplicando problemas multiplicativos de polinomios con mayor complejidad. Y se realiza la coevaluación y la autoevaluación.	
Valoración Los estudiantes responden a los interrogantes planteados por el docente, este hace una retroalimentación, reflexión sobre las competencias y los objetivos propuestos en la implementación de la propuesta didáctica para valorar el cumplimiento.	120	**RÚBRICA DE EVALUACIÓN** **SITUACION DE INSTITUCIONALIZACION**	Valoración de los estudiantes mediante la rúbrica expuesta al inicio de la planeación. Institucionalizar como se presentan los problemas multiplicativos de polinomios en contextos reales. Aplicación de la encuesta de satisfacción.	

ANEXO 2 Rubrica de la evaluación de la situación didáctica.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SÍMON BOLÍVAR RUBRICA DE EVALUACIÓN				
GRADO OCTAVO	PERIODO 2	FECHA:	AREA DE MATEMATICAS	DOCENTE: José Jair Bolaños
OBJETIVO: Resolver problemas de multiplicación de polinomios mediante la implementación de la caja de polinomios como una estrategia para mejorar los procesos de aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios				
Evaluación	Insuficiente (0-2.9)	Básico (3.0 a 3.9)	Alto (4,0 a 4.5	Superior (4.6 a 5.0)
Participación	Presenta dificultad en la participación de los eventos en la situación didáctica y en la solución de problemas multiplicativos planteados	Participa en algunas de las actividades propuestas en la situación didáctica y se compromete en la solución de problemas multiplicativos planteados.	Participa activamente en el trabajo colaborativo en la situación didáctica y se compromete a dar solución a los problemas multiplicativos planteados.	Propone y argumenta a partir de los mecanismos de participación y en el trabajo colaborativo las actividades propuestas en la situación didáctica y se compromete a dar solución a los problemas multiplicativos de polinomios.
Organización y planeación	Presenta poca organización en el desarrollo de las diferentes actividades propuestas en la situación. Se le dificulta planear y ejecutar los procedimientos a seguir en la solución de problemas planteados.	Organiza las diferentes actividades propuestas en la situación. Planea y ejecuta algunos procedimientos para dar solución a los problemas planteados en la situación didáctica.	Asume el rol del líder en el grupo en cuanto a la organización de las actividades y planea los procedimientos para dar solución a los problemas planteados en la situación didáctica.	Propone y lidera la organización en el grupo con el fin de resolver los problemas matemáticos a partir de una planeación detallada y el empleo de unos procedimientos adecuados para dar solución a los problemas multiplicativos de polinomios propuestos en la situación didáctica.
Pertinencia y coherencia	Presenta dificultad en la pertinencia y coherencia en la aplicación de los conceptos matemáticos multiplicativos y los procedimientos empleados para la solución de problemas acordes con las estructuras multiplicativas de polinomios.	Demuestra pertinencia y coherencia en la aplicación de los conceptos matemáticos multiplicativos y los procedimientos empleados para la solución de los problemas multiplicativos	Demuestra seguridad en la pertinencia y coherencia de los conceptos y los procedimientos relacionados con la estructura multiplicativa de polinomios empleados en la solución de problemas.	Existe una pertinencia y coherencia en la forma como los estudiantes proponen y argumentan en la solución de los problemas relacionados con la estructura multiplicativa de polinomios.

ANEXO 3 Situación didáctica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SIMÓN BOLÍVAR
ÁREA DE MATEMÁTICAS
DOCENTE JOSE JAIR BOLAÑOS

NOMBRE DEL ESTUDIANTE_________________________________ GRADO___

SITUACIÓN DE ACCIÓN

OBJETIVO: Resolver problemas de multiplicación de polinomios mediante la implementación de la caja de polinomios como una estrategia para mejorar los procesos de aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios

LA HUERTA ESCOLAR

Los estudiantes del grado octavo de la Institución educativa Simón Bolívar han decidido participar en el proyecto de la Huera escolar. Para ello necesitan encerrar con alambre de púa dicho terreno que tiene una forma rectangular con las dimensiones que muestra la figura.

20+X

X

1. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de la huerta?
2. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro de la huerta?
3. Juan pregunta cuánto dará el área y el perímetro de la huerta si X toma los siguientes valores mostrados en la tabla:

Valor de X	Perímetro	Área
4		
5		
10		
15		

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SIMÓN BOLÍVAR
AREA DE MATEMATICAS
DOCENTE JOSE JAIR BOLAÑOS PARDO
Nombre de los estudiantes ____________________________________Grado _______

OBJETIVO: Resolver problemas de multiplicación de polinomios mediante la implementación de la caja de polinomios como una estrategia para mejorar los procesos de aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios

SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

1. Para el desarrollo del proyecto de la huerta escolar los estudiantes de la Institución Educativa Simón Bolívar realizaron una visita a la Institución Educativa Central de Bachillerato Integrado, donde ya está implementado el proyecto de la huerta escolar, el profesor de agropecuarias de dicha Institución les explica cómo han distribuido los diferentes cultivos.
   El color beige representa el cultivo de zanahorias
   El color verde cultivo de espinacas
   El color azul el cultivo de cebollas

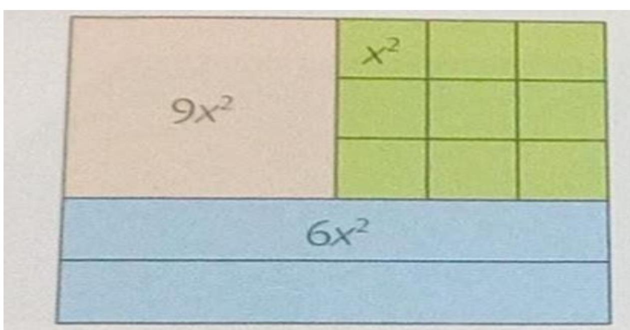


Figura tomada y adaptada del texto vamos a aprender matemáticas MEN.

A. COMPRENDE EL PROBLEMA

1. ¿Cómo está compuesto la figura?
2. ¿Qué se debe averiguar?

B. CREA UN PLAN

1. Calcula el área de cada cultivo y después súmala para llegar para obtener el área total.

C. EJECUTA EL PLAN

1. El área del cultivo de zanahoria es $9X^2$

2. Compara el área del cultivo de zanahoria con el área del cultivo de espinacas. ¿Qué puedes concluir?
3. Como es el área del cultivo de cebollas con respecto al cultivo de zanahorias
4. ¿Qué puedes concluir
5. ¡Cuál es el área total de la huerta escolar de la Institución Educativa Central?

D. COMPRUEBA LA RESPUESTA

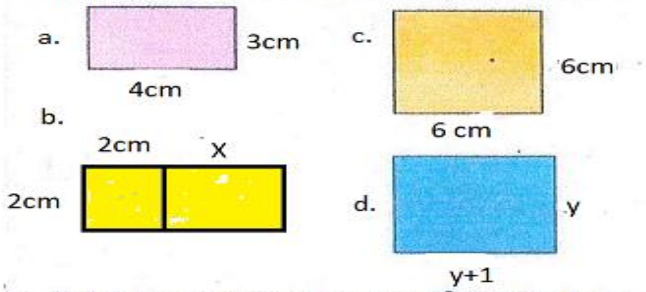
Empleando la caja de polinomios represente la distribución de los cultivos de la huerta escolar de la Institución Educativa Central de Bachillerato. Para verificar la respuesta. Dibuja el gráfico. Escribiendo las dimensiones de la huerta escolar (largo total y ancho total).

ANEXO 4: Prueba diagnóstica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SIMÓN BOLÍVAR
ÁREA DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: ____ GRADO: _______ FECHA: __________

1. Hallar el área y el perímetro de cada figura.



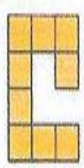
2. El área de un rectángulo es 36 cm^2. Si mide 4 cm de ancho, ¿cuál es la medida de su largo?

3. El área de un terreno de forma rectangular es 27 m^2. Si de ancho mide la tercera parte de su medida de largo, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

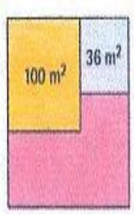
4. Un parque de forma cuadrada está rodeado por una vía peatonal de 3 m de ancho, como se indica en la figura.
Si el área total del parque es 2.500 m^2, ¿cuál es el área de la zona de juegos?


Zona de juegos

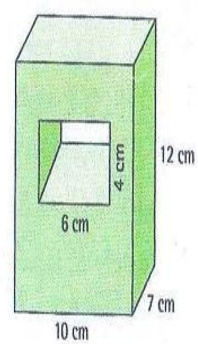
5. La figura está formada por 9 cuadrados iguales. Si el área de la figura es 81 cm^2, hallar su perímetro.



6. En un terreno de forma cuadrada se realizaron dos construcciones de forma cuadrada, como se indica en la figura. Si el área de las construcciones es 100 m^2 y 36 m^2, respectivamente, hallar el área de la región que queda libre.



7. Calcular el volumen del cuerpo de la figura.



ANEXO 5 Prueba final

INSTITUCION EDUCATIVA SIMÓN BOLÍVAR

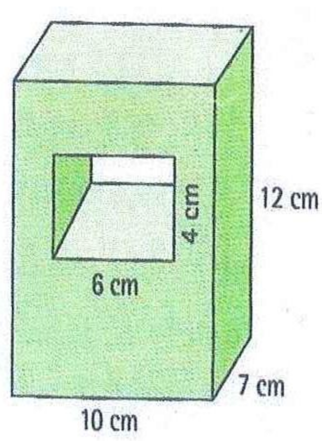
AREA DE MATEMÁTICAS

DOCENTE: José Jair Bolaños Pardo

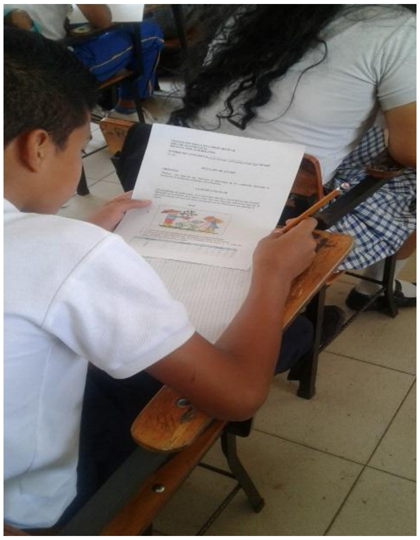
PRUEBA FINAL

NOMBRE DEL ESTUDIANTE ______________________________ GRADO______

1. Un arquitecto diseña los jardines interiores de un conjunto residencial en forma de rectángulos que tienen de largo el triple del ancho ¿Qué expresión determina el perímetro de uno de ellos?
2. Un carpintero necesita hacer una puerta para una alacena en una cocina. Si se sabe que las medidas de la puerta son (3X +9) y (3X-9), respectivamente ¿Cuál es el área de la puerta?
3. Juan el constructor del barrio necesita hallar el volumen de un bloque de cemento que tiene la siguiente forma como lo muestra la figura, y te pide que le ayudes. ¿Cómo podrías ayudarle a resolver el problema?



ANEXO 6: Fotos de las etapas de la implementación de la situación didáctica

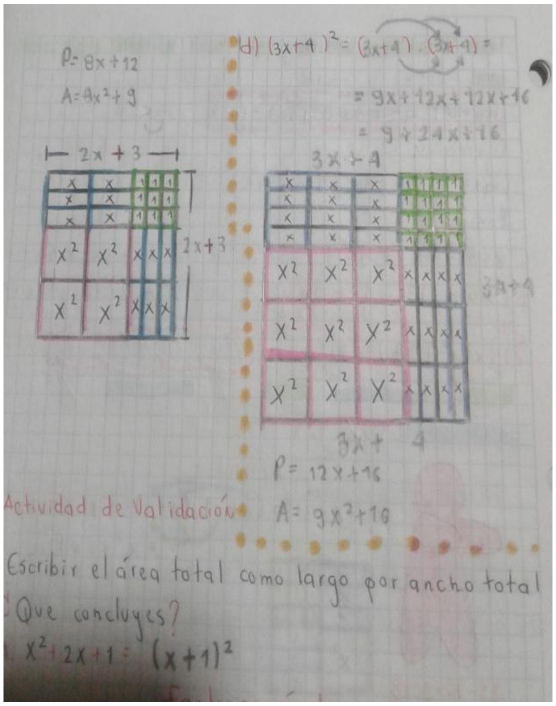


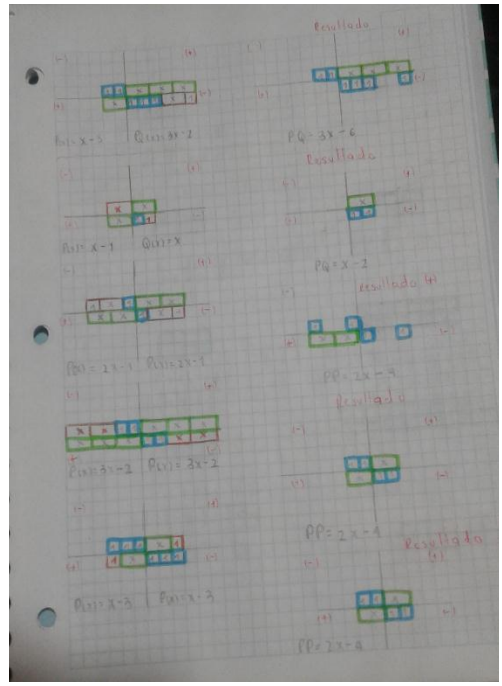
Estudiantes presentando la prueba diagnóstica

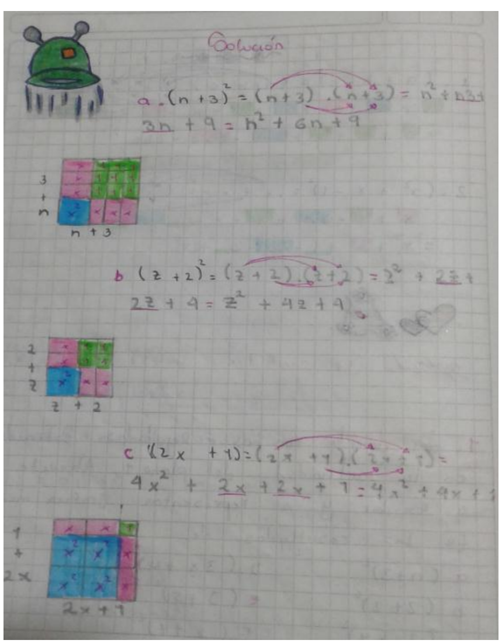
Estudiantes presentando la situación de acción

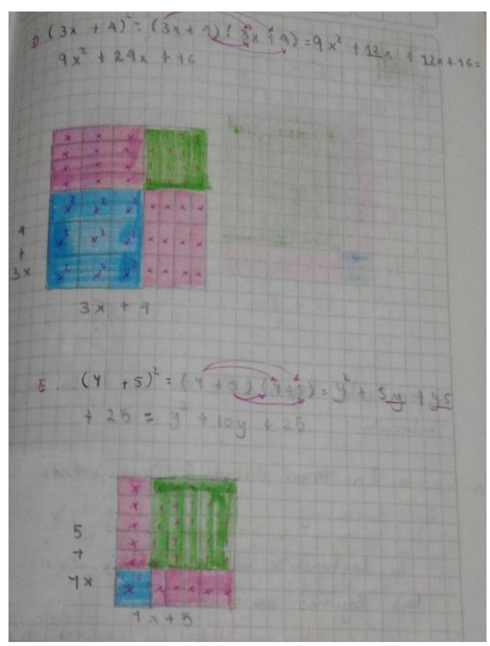
Estudiantes realizando la situación de formulación

Anexos F Fotos de trabajos de la implementación de la situación de validación

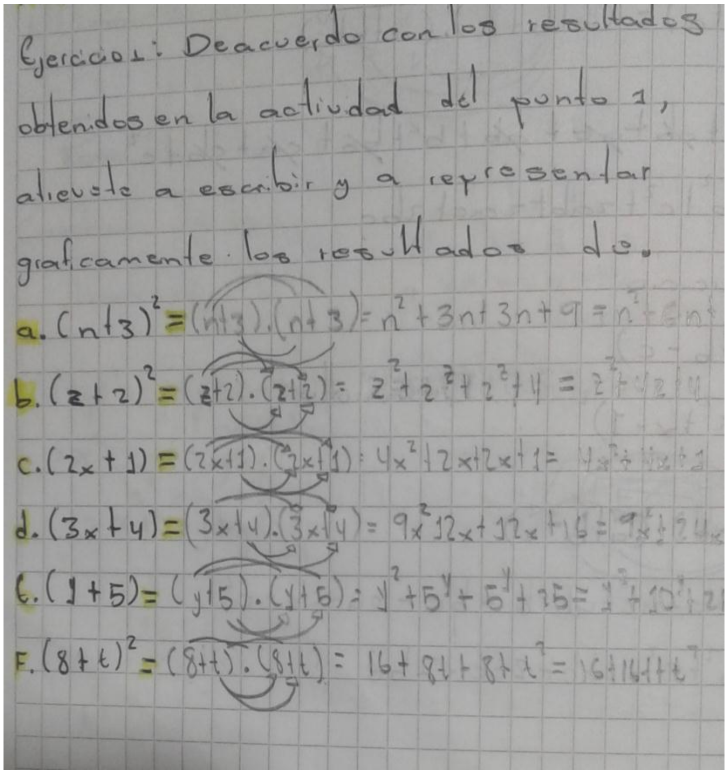








Fotos de trabajos de estudiantes realizados en la situación de validación


Ejercicio 1: Deacuerdo con los resultados
obtenidos en la actividad del punto 1,
atrevete a escribir y a representar
graficamente los resultados de.
a. $(n+3)^2 = (n+3).(n+3) = n^2+3n+3n+9 = n^2+6n$
b. $(z+2)^2 = (z+2).(z+2) = z^2+2z+2z+4 = z^2+4z+4$
c. $(2x+1) = (2x+1).(2x+1) = 4x^2+2x+2x+1 = 4x^2+4x+1$
d. $(3x+4) = (3x+4).(3x+4) = 9x^2\,12x+12x+16 = 9x^2+24x$
e. $(y+5) = (y+5).(y+5) = y^2+5y+5y+25 = y^2+10y+2$
f. $(8+t)^2 = (8+t).(8+t) = 16+8t+8t+t^2 = 16+16t+t^2$

Fotos de trabajos realizados por estudiantes e intercambiando ideas en situaciones de validación.

ANEXO 7: Encuesta de satisfacción y aceptación de la Situación didáctica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SÍMON BOLÍVAR
AREA DE MATEMATICAS
Grado 8-1
DOCENTE: José Jair Bolaños Pardo

ENCUESTA DE SATISFACCIÓN Y ACEPTACIÓN DE LA SITUACIÓNN DIDÁCTICA

Indicador	Muy de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo
1. Crees que la solución de problemas es una estrategia que permite mejorar el aprendizaje de las matemáticas a partir de situaciones didácticas			
2. Consideras que la caja de polinomios es un medio que permitió comprender el aprendizaje de estructuras multiplicativas de polinomios.			
3. La situación didáctica es un complemento en la clase de matemáticas			
4. La situación didácticas propuestas me ayudaron a mejorar los resultados en mi aprendizaje.			
5. La situación didáctica propuesta presenta de manera clara y ordenada el material de estudio			
6. La situación didáctica permitió el trabajo colaborativo (por equipos, grupos)			
7. Logro resolver con facilidad las actividades propuestas en la situación didáctica.			
8. Le gusto el trabajo desarrollado en la situación didáctica al implementar la caja de polinomios			
9. Se sintió motivado al trabajar con las situaciones didácticas.			

ANEXO 8 CONSENTIMIENTO

Institución Educativa Simón Bolívar
CONSENTIMIENTO INFORMADO

ASUNTO: Consentimiento
Yo____, identificado con C.C#________________________, representante legal o acudiente del o la estudiante____ del grado ________, concedo permiso a mi hij@ para que realice encuestas, grabaciones de voz, filmaciones , toma de fotos y talleres, solicitados por la licenciado José Jair Bolaños Pardo, quien se encuentran realizando la tesis de maestría de la Universidad ICESI, Sobre las dificultades asociadas al abordar los procesos de enseñanza – aprendizaje de la estructura multiplicativa de polinomios

____
Firma del acudiente
CC.